ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 12 DÉCEMBRE 1945.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE CAULLERY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que, par suite des difficultés de chauffage, la séance du lundi 24 décembre sera supprimée. D'autre part, à l'occasion du Nouvel An, la séance du lundi 31 décembre sera renvoyée au mercredi 2 janvier.

Après le dépouillement de la Correspondance M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Les deuils s'accumulent sur notre Compagnie dans les dernières semaines de cette année, qui, jusque-là, nous avait été relativement clémente. J'ai aujourd'hui le triste devoir de vous annoncer la mort, survenue hier matin 11 décembre, à Paris, de notre Confrère **Charles Fabry**, Membre de la Section de Physique générale depuis le 20 juin 1927.

Marie-Paul-Auguste-*Charles* Fabry était né à Marseille le 11 juin 1867. Il appartenait à une famille orientée vers la Science. Son grand-père avait été Polytechnicien de la promotion de 1815 et ainsi avait été, à l'École, l'élève d'Ampère. Deux de ses frères aînés avaient fait partie des promotions de 1874 et 1880 et ont été tous deux Correspondants de l'Académie, l'un, *Eugène*, pour la Section de Géométrie, l'autre, *Louis*, pour celle d'Astronomie. Charles Fabry, lors de son Jubilé, en 1937, rappelait spirituellement qu'il avait été lui-même, au lycée, un fort médiocre élève, mais que ses frères aînés lui donnaient, précocement et de façon concrète, le goût des sciences, en particulier de l'Astronomie; tous trois sacrifiaient parfois leurs nuits à l'observation d'éclipses des satellites de Jupiter. A onze ans il savait se servir d'une table de logarithmes.

Charles Fabry était brillamment reçu à l'École Polytechnique en 1885, à l'âge de 18 ans. Dès sa sortie il s'orientait délibérément vers la carrière scientifique. Il était agrégé de Physique en 1889, docteur ès sciences physiques

en 1892 (avec une thèse sur la *Théorie de la visibilité et de l'orientation des franges d'interférence*). De 1890 à 1894, il a été professeur de physique dans divers Lycées et finalement à Paris, au Lycée Saint-Louis. Il regagnait Marseille en 1894, comme maître de conférences de Physique à la Faculté des Sciences; il y devenait professeur titulaire en 1904 et, en 1921, professeur de Physique à la Sorbonne, où la retraite l'atteignait en 1937. Il a été, d'autre part, examinateur à l'École Polytechnique à partir de 1914, puis y a occupé une chaire de Physique à partir de 1927.

Je n'ai cité ainsi que les étapes les plus saillantes de ce brillant *curriculum vitæ*. D'autre part, il a été membre du Comité International des Poids et Mesures et du Bureau des Longitudes. Il a été, dès la fondation, en 1920, l'organisateur et l'animateur de l'Institut d'Optique, et l'on sait l'importance de cet établissement pour le développement et le progrès de l'industrie optique en France. Il faudrait encore ajouter à tout cela le rôle actif qu'il a joué dans de très nombreuses Sociétés savantes ressortissant à la Physique sous ses aspects les plus variés et à l'Astronomie.

Cette énumération rapide et incomplète montre déjà ce qu'a été l'activité bienfaisante de Charles Fabry sur le terrain de l'enseignement. Faut-il ajouter qu'il était un professeur particulièrement brillant et lucide, qu'il a connu les succès les plus constants et les plus marqués, auprès de tous les auditoires et à tous les niveaux, depuis les plus élevés et les plus techniques, jusqu'à celui du grand public. On se pressait, à Marseille, au cours public qu'il faisait le soir, au grand amphithéâtre de la Faculté, sur l'Électrotechnique, et l'amphithéâtre ne suffisait pas à contenir les auditeurs qui se présentaient. Nous avons nous-mêmes goûté ici bien des fois la lucidité, la précision et en même temps l'humour de ses exposés.

Mais ce n'était là qu'un des aspects de la personnalité de Fabry. Il en est un autre, qui en est d'ailleurs inséparable et qui n'est pas moins éclatant, c'est celui du chercheur, et ici je cite ses propres paroles, lors de son Jubilé en 1937 : « Toute mon existence, dit-il, a été consacrée à la Science et à l'Enseignement et ces deux grandes passions m'ont procuré les vives joies; d'ailleurs, je ne conçois pas que l'on puisse séparer les deux choses. Je ne conçois pas le professeur réduit au rôle de phonographe, exposant une science qu'il n'aurait pas contribué plus ou moins à faire progresser, qu'il n'aurait pas tout au moins repensée avant de l'exposer aux autres, et je ne conçois pas le savant qui n'aurait pas le désir de transmettre à d'autres ce qu'il aurait péniblement acquis. »

J'ai quelque appréhension, faute d'une compétence suffisante, à analyser ici brièvement l'œuvre scientifique personnelle de Fabry, et je crains de ne pas en souligner suffisamment ni de façon appropriée, toute la valeur. J'en marquerai tout d'abord un caractère qui me frappe. C'était avant tout un expérimentateur pénétrant, soucieux d'analyser à fond des phénomènes concrets, apportant à

cette tâche de remarquables dons de précision, de rigueur et d'ingénosité, aboutissant à des conclusions nettes et décisives, mais ne se souciant guère des théories abstraites.

Il a fait ses premières armes dans la recherche à Marseille, à la Faculté des Sciences, dans le laboratoire et sous la direction de Macé de Lepinay, lui-même travailleur acharné et minutieux dans le domaine de la Métrologie. Il y a eu pour collègues et collaborateurs Pérot, puis H. Buisson. C'est là d'ailleurs que personnellement j'ai fait la connaissance de Fabry.

Le centre des recherches de Fabry est l'optique et plus particulièrement l'étude des interférences et la spectroscopie. C'est un domaine qu'il a littéralement transformé, en y introduisant une précision supérieure, là même où il semblait que la limite de la précision avait été atteinte, notamment par Rowland. Il a pu, par l'emploi des lames argentées, séparer effectivement et voir séparément des radiations extrêmement voisines, qu'aucun des spectroscopes existants ne permettait jusque-là de séparer. Il a pu ainsi étudier la structure fine des raies spectrales, et surtout celle des raies satellites qui s'y rattachent. Il a révisé et précisé la mesure des raies principales du spectre et établi un ensemble de repères qui constitue aujourd'hui le système fondamental des longueurs d'onde universellement adopté. Il a aussi construit des instruments nouveaux actuellement classiques, notamment un interféromètre.

En possession de cette méthode d'analyse et de mesure des radiations lumineuses, il en a fait une série d'applications à de nombreux et importants problèmes de physique et d'astrophysique. Il a pu, à leur aide, asseoir, sur de nouvelles et solides bases, la théorie cinétique des gaz, mesurer la vitesse d'agitation des molécules (notamment en plongeant un tube lumineux dans l'air liquide), vérifier et mesurer l'effet Doppler-Fizeau, évaluer, par la largeur des raies spectrales, la température des gaz lumineux et, à l'aide de ces données, réaliser des progrès importants dans l'étude des nébuleuses gazeuses en ce qui concerne leur constitution (élément *nebulium*) ou leur température (10 000° pour Orion), ou leurs mouvements internes. Il a obtenu également des résultats remarquables dans l'étude du spectre solaire.

Il a appliqué les données acquises par les interférences à la métrologie. Suivant la trace de Michelson, il a pu, avec une remarquable précision, fixer la valeur du mètre en longueurs d'onde définies. On a appliqué les mêmes méthodes à la détermination de la masse du décimètre cube d'eau.

Il a renouvelé toute la technique de la photométrie, développé les méthodes de photométrie photographique, et appliqué ces méthodes à l'étude de la lumière nocturne du ciel, étudié photométriquement la région ultraviolette du spectre. L'étude de l'extrémité ultraviolette du spectre solaire absorbée par l'atmosphère l'a conduit à reconnaître, dans les hautes régions de celui-ci, l'existence de petites quantités d'ozone, et c'est là ce qui permet l'existence de la vie sur la Terre, car ainsi est absorbée la plus grande partie de l'ultraviolet

de la lumière solaire qui serait mortelle pour les organismes si elle atteignait le sol.

Je n'ai pas épuisé le champ des travaux de Fabry. J'espère en avoir fait entrevoir l'esprit, l'importance et l'enchaînement. J'ajoute qu'il a formé de nombreux élèves à la recherche.

J'ai déjà dit quelle était la lucidité de ses exposés. Cette qualité se retrouve dans ses ouvrages de vulgarisation, qui ont connu un grand succès. Je citerai son *Histoire de la Physique* dans l'*Histoire de la Nation française* de Gabriel Hanotaux, son livre *Physique et Astrophysique* (1), ses nombreux articles dans la *Revue des deux Mondes* etc.

Les travaux de Fabry avaient obtenu à l'étranger des consécrations nombreuses et brillantes. Il avait reçu, en 1918, la médaille Rumford de la *Royal Society*, la médaille Draper de la *National Academy* en 1919, la médaille Franklin du *Franklin Institute* en 1921. Il avait été élu membre de la *Royal Institution* en 1920, du *Franklin Institute* en 1921, membre étranger de la *Royal Society* en 1931, de la *Royal Astronomical Society* etc.

Je n'ai pas besoin de souligner le charme de l'homme, qui se révélait particulièrement chaque fois qu'il prenait la parole, dans nos séances publiques ou nos comités secrets. On avait toujours plaisir à l'écouter, à goûter sa lucidité et parfois son ironie. Jusqu'il y a peu de temps encore, il avait gardé toute sa verdeur. Depuis un peu plus d'un an, nous avions vu ses traits s'altérer, son allure changer et ces symptômes allaient en s'aggravant. Il y a peu de semaines, il était encore venu prendre part à une de nos séances. Devenu veuf et isolé, il a eu la consolation d'être entouré de soins familiaux dévoués jusqu'à sa fin. Nous garderons tous de Charles Fabry un souvenir brillant et sympathique, et nous exprimons à ses proches l'assurance de nos condoléances les plus sincères.

La séance est levée en signe de deuil.

Notice nécrologique sur William Henry Bragg, par M. Charles Mauguin.

William Henry Bragg est né le 2 juillet 1862 à Westward, près de Wigton dans le Cumberland. Après de bonnes études dans une école de village et à « King William's College » dans l'île de Man, il entre en 1881 comme boursier au « Trinity College » à Cambridge. Il se consacre surtout à l'étude des mathématiques où il remporte d'appréciables succès. En 1885, grâce à l'appui de J. J. Thomson, il est désigné pour le poste de professeur de mathématiques et de physique à Adélaïde (Australie).

C'était une très belle situation pour un jeune homme de 23 ans. Il l'accepta

(1) Flammarion

avec une joie très vive. Son arrivée en Australie, dit-il, fut comme « le rayon de soleil et l'air pur vivifiant » qui permit à sa personnalité, jusque-là un peu sauvage et renfermée, de s'épanouir pleinement. Il se fit tout de suite beaucoup d'amis dans un milieu ouvert et droit qui plaisait à son caractère simple et modeste. Il épousa en 1888 la fille de Charles Todd, *Postmaster general and Government Astronomer of South Australia.*

De cet heureux mariage naquirent trois enfants : William Lawrence (aujourd'hui Sir Lawrence Bragg); Robert, qui devait périr aux Dardanelles dans la guerre de 1914-1918; Gwendolen, actuellement Mrs Alban Caroe.

Le jeune professeur inexpérimenté doit d'abord apprendre la physique, qu'il ne connaît guère. Par une application soutenue, il parvient peu à peu à la perfection dans l'art de l'exposition qu'ont pu apprécier tous ceux qui ont eu, par la suite, la joie de l'entendre.

Il s'intéresse aux progrès de la physique. Après la découverte de Röntgen en 1895, il installe le premier tube à rayons X qui fonctionna en Australie. Mais il n'essaye pas encore de faire des recherches originales. Peut-être même envisageait-il de rester toute sa vie professeur à Adélaïde, aimé de ses élèves et satisfait de sa renommée locale.

C'est seulement, à l'âge de 42 ans qu'il fit sa première communication originale. L'Association australienne pour l'avancement des sciences devait se réunir à Dunedin (Nouvelle-Zélande) en janvier 1904. Chargé de l'adresse présidentielle dans la Section Astronomie, Mathématiques et Physique, Bragg exposa les progrès récents dans le domaine de la radioactivité. La pénétration de la matière par les électrons ou les particules α l'intéresse particulièrement. Il montre que l'absorption exponentielle, valable pour un faisceau d'électrons (selon Lenard), ne doit pas s'appliquer aux particules α, beaucoup plus lourdes. Il énonce les règles suivantes :

1° Le nombre des particules α pénétrant à une distance donnée ne doit pas beaucoup varier avec la distance jusqu'à ce qu'une valeur critique soit dépassée, après quoi, il y a une chute rapide;

2° L'énergie des particules pénétrant à une distance donnée décroît graduellement quand la distance s'accroît et s'annule pour la même valeur critique.

Quelques mois après, disposant d'un peu de bromure de radium, il entreprend avec Kleeman ses recherches classiques sur la détermination de la vitesse initiale des particules α par la longueur de leur parcours dans un milieu déterminé. Avec le radium en équilibre avec ses produits, il obtient quatre parcours correspondant à des particules α de vitesses différentes, émises respectivement par le radium, le radon, le radium A et le radium C, en accord avec la théorie de Rutherford, qui se trouve ainsi confirmée.

Il montre avec Kleeman que le pouvoir d'arrêt des diverses substances est approximativement proportionnel à la racine carrée de leur poids atomique.

Étudiant l'ionisation des atomes par les rayons α, β, γ, il établit que la

vitesse des rayons β secondaires ne dépend nullement de l'intensité des rayons γ, mais seulement de leur qualité. Sadler ayant montré que ce résultat s'applique aussi aux rayons β produits par l'action des rayons X sur la matière, Bragg en conclut que les rayons γ, comme les rayons X, doivent avoir une structure corpusculaire.

Ces recherches, poursuivies de 1904 à 1908 à Adélaïde, le classent comme un chercheur original de premier rang. Il est élu *Fellow* de la *Royal Society* en 1907. En 1908, on lui offre la chaire de professeur de physique (*Cavendish professorship*) à Leeds, ce qui va le ramener dans la vieille Angleterre.

Il prit place avec sa famille sur le bateau Waratah. La marche du bateau mal équilibré causa une grande anxiété aux passagers, et Bragg fut souvent consulté par le commandant pendant la traversée. Le même navire devait disparaître sans laisser aucune trace à son voyage suivant, entre Durban et Cape Town.

Bragg a gardé le meilleur souvenir des 22 années qu'il avait passées en Australie, dans un milieu qui lui était éminemment sympathique, et dont il parlait toujours avec émotion.

Il poursuit à Leeds ses recherches sur la nature corpusculaire des rayons X et des rayons γ, proposant, pour expliquer l'absence d'action du champ magnétique, d'envisager chaque corpuscule comme un électron « enveloppé d'un manteau d'électricité positive » que neutralise sa charge.

Il montre que l'ionisation des gaz par les rayons X est un phénomène indirect, l'ionisation étant en réalité produite par les électrons secondaires expulsés de quelques atomes du gaz par les rayons X primaires. Il fut le premier à insister sur ce fait, dont il apporta la preuve expérimentale en collaboration avec H. G. Porter (1911).

En juin 1912 Laue, avec Friedrich et Knipping, annoncèrent leur découverte de la diffraction des rayons X par les cristaux, apportant ainsi la preuve définitive de la nature ondulatoire des rayons X. Bragg, très intéressé par leurs expériences, donna son point de vue dans *Nature*, de novembre de la même année : l'expérience de Laue prouve que les mêmes théories ondulatoires s'appliquent à la lumière et aux rayons X. D'autres propriétés des rayons X conduisent à une théorie quasi-corpusculaire, et certaines propriétés de la lumière peuvent être interprétées de façon similaire. Le problème, semble-t-il, n'est pas de décider entre les deux théories, mais de trouver une théorie qui possède les capacités des deux. Ce point de vue est exactement celui qui a été adopté depuis et dont la généralisation a conduit L. de Broglie à la découverte de la Mécanique ondulatoire.

La théorie de la diffraction des rayons X par les cristaux donnée par Laue était un peu compliquée, faisant intervenir les ondelettes diffractées par des atomes répartis aux sommets d'un réseau à trois dimensions. Le fils de Bragg (William Lawrence) en donne une explication plus simple, ramenant le phé-

nomène à des réflexions suivant les lois de Descartes sur des plans réticulaires parallèles et équidistants, avec la condition supplémentaire d'accord de phase entre les ondes réfléchies sur les plans successifs, ce qui s'exprime par la *formule de Bragg* $n\lambda = 2d\sin\alpha$, où d est la distance entre les plans, α l'angle de rencontre des rayons X avec ces plans (λ = longueur d'onde des rayons X).

S'appuyant sur cette formule, Bragg commença, en collaboration avec son fils, le travail classique au cours duquel fut établie l'existence des radiations X monochromatiques et la possibilité d'appliquer les rayons X à la détermination de la structure des cristaux.

En 1913 parut, dans les *Proceedings of the Royal Society*, le premier Mémoire, *The reflexion of X-rays by crystals*, qui fondait la science de l'analyse des structures cristallines au moyen des rayons X. Il fut suivi en 1915 du Livre *X-rays and crystal structure*, où l'une des plus belles découvertes de la science moderne est exposée dans un langage d'une simplicité si grande, où les faits se coordonnent d'une façon qui paraît si naturelle et si inévitable qu'on en arrive presque à oublier le mérite des auteurs de la découverte.

Ce mérite a été sanctionné par l'attribution du prix Nobel de physique de 1915 aux deux Bragg, père et fils.

Une recherche sur l'absorption des rayons X par la matière, entreprise à la même époque, en commun avec Peirce, conduisit à la découverte de la loi de Bragg-Peirce : le coefficient d'absorption par atome est proportionnel à la 4ᵉ puissance du nombre atomique et à la puissance 5/2 de la longueur d'onde [1].

Tous ces travaux furent exécutés à Leeds, où Bragg se trouvait lorsque éclata la guerre de 1914. Il poursuivit quelque temps encore ses recherches, publiant en 1915 un mémoire sur le groupe des spinelles. Nommé en 1915 professeur de physique (*Quain professor*) à l'*University College*, à Londres, il prit une part active aux recherches de guerre mettant au point des appareils efficaces pour la détection acoustique des sous-marins. C'est probablement en raison des services rendus pendant cette période qu'il fut fait C. B. E. en 1917 et K. B. E. en 1920.

La guerre terminée, Sir William reprit ses recherches sur la structure des cristaux à l'*University College*. Il s'attaqua pour la première fois à l'étude des composés organiques. Élu président de la *Physical Society* en 1921, il exposa dans son adresse présidentielle ses magnifiques recherches sur le naphtalène et l'anthracène. L'année suivante, en 1922, il donna la structure si élégante de la glace, déterminée par la méthode dite des poudres cristallines.

En 1923, il prit la double direction du laboratoire de la *Royal Institution* et du Laboratoire de recherches Davy-Faraday.

Il groupa autour de lui des chercheurs de grand mérite : Müller, Shearer, Bernal, Miss Yardley (Mrs Lonsdale), Miss Elam, Astbury, Robertson etc., et

---

(1) L'exposant 3 paraît aujourd'hui plus probable.

son laboratoire devint rapidement un centre de recherches fameux dans le monde entier, orienté principalement vers l'étude de la structure des composés organiques, poursuivie par des méthodes de plus en plus puissantes, telle l'analyse par développement en série de Fourier.

Une série de conférences de Sir William sur *la cristallisation imparfaite des choses communes* devint le point de départ de recherches sur la structure cryptocristalline des cheveux, du coton, de la soie, des fibres textiles, des épines de porc-épic etc., qu'Astbury considère comme une première étape vers l'analyse des structures dans le domaine de la biologie.

Pendant le même temps, l'École de son fils, William Lawrence à Manchester, faisait faire des pas de géants à l'analyse de la structure des Minéraux.

On ne saurait passer sous silence une autre forme d'activité de Sir William qui lui valut une grande popularité parmi les classes anglaises désireuses de s'instruire. Ce sont ses fameuses *Christmas lectures* devant un *auditoire juvénile*, continuant une tradition déjà ancienne à la *Royal Institution*. Il s'y donnait de tout son cœur, consacrant un mois de travail à la préparation d'une heure de conférence, y mettait tout son talent et y réussissait à merveille. Citons parmi les plus célèbres de ces lectures : Le monde du son (1919), Concernant la nature des choses (1924), L'univers de lumière (1931). Il s'y montre le plus charmant et le plus limpide des écrivains scientifiques de notre temps.

Ses causeries du Vendredi soir ont fait aussi les délices d'un cercle sans cesse croissant d'auditeurs.

Il était devenu une des grandes figures les plus populaires de la science anglaise. Les honneurs lui vinrent de toutes les parties du monde. En 1930 la *Royal Society* lui attribua la médaille Copley. Il reçut l'Ordre du Mérite en 1931. De nombreuses sociétés anglaises ou étrangères se l'attachèrent comme membre honoraire, ou Docteur *honoris causa*; notre Académie, qui l'avait élu Correspondant pour la Section de Physique générale le 4 décembre 1922, lui confère le titre d'Associé étranger, le 13 juin 1938. Il fut président de la *Royal Society* de 1935 à 1940.

Ces distinctions honorifiques n'altérèrent pas sa modestie et sa simplicité naturelle. Son bonheur était dans l'affection très vive dont l'entouraient tous ses élèves et surtout dans les satisfactions profondes de la vie de famille. S'il eut le malheur de perdre son fils Robert pendant la guerre 1914-1918, il eut la joie d'assister à la carrière scientifique triomphale de son autre fils, William Lawrence, qui fut un instant son collaborateur et s'est acquis une renommée mondiale comparable à la sienne. Son épouse fut une compagne idéale, dont tous ceux qui ont fréquenté la *Royal Institution* ont pu apprécier la courtoisie délicate et le charme incomparable. Il eut la douleur de la perdre en 1929; ce fut un coup terrible pour lui, qui fut pourtant atténué par la chaude affection dont l'enveloppa sa fille Gwendolen, artiste délicate.

Resté très robuste, malgré ses 77 ans, il assuma à la déclaration de guerre de 1939 des charges nombreuses et variées concernant la défense du pays. Il trouva encore le moyen de s'intéresser à un phénomène nouveau qui venait d'être découvert, la diffusion des rayons X par les cristaux en dehors des directions de diffraction sélective classiques, diffusion probablement due à l'agitation thermique des atomes (ou à toute autre cause qui perturbe la périodicité du cristal). Mais il dépassa vraiment la limite de ses forces. Son cœur manifestait quelque trouble et ses amis le voyaient peu à peu s'épuiser. Contraint de s'aliter le mardi 10 mars 1942, le vaillant vétéran s'éteignait deux jours plus tard, laissant l'exemple d'une vie droite et belle, toute consacrée à la science et au bien de l'humanité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques points de théorie des nombres et sur la théorie générale des courbes algébriques.* Note de M. **Jules Drach.**

On peut présenter la théorie des courbes algébriques, et celle des fonctions, de manière que les opérations indiquées soient réalisables par des opérations rationnelles et les propositions concernent des systèmes *réguliers,* où toutes les arbitraires sont explicites. On acquiert ainsi des vues nouvelles précises sur la *diversité* des courbes d'ordre n, dont on réalise une *dissociation*; jusqu'à présent on avait tenté une *uniformisation* par des opérations souvent idéales. Quelques points de théorie des nombres sont à rappeler et à préciser.

A. Soit $t_n = [n(n+1)/2]$ un nombre *triangulaire*; on sait que *tout entier est triangulaire ou somme de deux ou de trois triangulaires.*

Cette proposition de Fermat n'a été démontrée que par Gauss; il ramène l'égalité $m = t_\alpha + t_\beta + t_\gamma$ à $8m+3 = (2\alpha+1)^2 + (2\beta+1)^2 + (2\gamma+1)^2$; sous cette forme, dit Kronecker, elle exige la connaissance des propriétés les plus cachées des formes quadratiques ternaires. L'importance qu'elle aura ici m'engage à en donner une démonstration simple, peu différente de celle qu'aurait pu donner Lagrange, mais peut-être plus en accord avec Fermat. On désignera par σ_n une somme de n carrés d'entiers.

1° *Tout nombre premier* $p = 4n+1$, *qui divise une* σ_2 *est aussi* σ_2. Cela est vrai pour 5, 13, 17, ... Soit p le *plus petit* nombre premier qui divise une σ_2 sans être σ_2. On a $a^2 + b^2 = pp'$ et l'on peut supposer $a^2 + b^2$ le *plus petit possible;* a et b sont, au signe près, des restes *minima* (mod p) inférieurs à $p/2$. Donc $pp' < 1/2\, p^2$, ou $p' < p/2$.

Soient a', b' les restes minima (mod p') de a et b : $a - \alpha p' = a'$, $b - \beta p' = b'$; on aura $a'^2 + b'^2 = p'p''$ avec $p'' < p'/2$. Donc

$$(a^2+b^2)(a'^2+b'^2) = (aa'+bb')^2 + (ab'-ba')^2 = pp'^2p'',$$

mais, compte tenu des valeurs de a et b, $(aa'+bb') = a''p'$, $(ab'-ba') = b''p'$, d'où $a''^2 + b''^2 = pp''$ et pp' n'est pas le plus petit σ_2 divisible par p. Ainsi $p' = 1$ et p est σ_2.

2° *Tout nombre premier* $p = 4n + 1$, *divise une* σ_2. Démonstration classique par le théorème de Wilson.

3° *Aucun nombre premier* $q = 4n + 3$, *n'est* σ_2 : $1 = 1^2$ est toujours reste d'un carré, $4n + 2$ n'est jamais carré, donc $q - 1 = -1$ n'est jamais reste d'un carré (mod q). Si l'on avait $a^2 + b^2 \equiv 0$ (mod q), ou $a^2 \equiv \alpha$, $b^2 \equiv -\alpha$ (mod q), comme $-\alpha = \alpha(-1)$ la deuxième congruence contredit la première.

4° La même méthode s'applique aux σ_4.

Tout nombre premier, $q = 4n + 3$, *qui divise une* σ_4 *est aussi* σ_4. Cela est vrai de 3, 7, 11, ... Soit q le *plus petit* nombre premier pour lequel $\sigma_4 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = qq'$ et qui n'est pas σ_4. Si σ_4 est *le plus petit* possible, a, b, c, d sont, au signe près, restes minima (mod. q), d'où $\sigma_4 < q^2$ et $q' < q$. Prenons les restes minima (mod. q') $a - \alpha q' = a'$, $b - \beta q' = b'$, ...; on a $\sigma'_4 = a'^2 + b'^2 + \ldots = q'q''$ avec $q'' < q'$. L'identité de Lagrange donne alors $\sigma_4 \sigma'_4 = \sigma''_4 q'^2$ où $\sigma''_4 = a''^2 + b''^2 + \ldots$ avec $a'' = q - (\alpha b' + \gamma c' + \delta d')$, ...; d'où enfin $\sigma''_4 = qq''$. Ainsi σ_4 n'est pas le plus petit divisible par q; il faut donc $q' = 1$ et q est σ_4.

5° *Tout nombre premier,* $q = 4n + 3$, *divise une* σ_3 *et une* σ_4.

Si l'on désigne par $(\alpha + 1)$ le premier des nombres $1, 2, \ldots, (q - 1)$ non reste d'un carré, on a : $x^2 \equiv \alpha$, $y^2 \equiv -(\alpha + 1)$ (mod. q), donc $\sigma_3 = x^2 + y^2 + 1 \equiv 0$ (mod. q) : on peut y réduire x^2, y^2 à leurs valeurs minima, d'où $\sigma_3 = qq'$ avec $qq' < 1 + (q^2/2)$ ou $q' < (q/2) + 1$. Si $q' \neq 1$, le raisonnement précédent donne une $\sigma'_3 = q'q''$ et le produit $\sigma_3 \sigma'_3$ est une σ_4 divisible par q. Donc q est aussi σ_4.

Tout entier, produit de facteurs premiers p *et* q, *et de* 2 *qui est* σ_2, *est donc* σ_4.

6° L'examen des formes possibles pour σ_2, σ_3, σ_4 montre aisément que *les nombres* $8m + 3$ *ne se présentent que pour* σ_3 *avec trois impairs*, $2x + 1, \ldots$, car $x^2 + y^2 + z^2$ et $x + y + z$ sont de même parité.

La proposition de Fermat est donc établie.

On voit de même que *les nombres* $8m + 7$ *ne se présentent que pour* σ_4 *avec trois impairs;* 7 par exemple est une σ_4.

B. 1° La courbe *générale* d'ordre n, C_n, définie par une équation en coordonnées homogènes x, y, z, relatives à un triangle ABC (où $z = 0$ peut être la droite de l'infini), $f(x, y, z) = 0$, possède $N = t_{n+1} - 1$ coefficients arbitraires, donc appartient à une série linéaire Γ_N. Si α, β, γ sont trois entiers, $\alpha \geqq \beta \geqq \gamma$, on peut imposer à C_n d'avoir en A, $y = z = 0$, un point multiple *ordinaire* (à tangentes séparées) d'ordre α, si $\alpha \leqq n - 1$, puis en B un point multiple ordinaire d'ordre β, si $\alpha + \beta \leqq n$, et enfin en C un point multiple d'ordre γ si $\alpha + \beta + \gamma \leqq 3n/2$, d'où $\gamma \leqq n/2$. On annule ainsi $t_\alpha + t_\beta + t_\gamma$ coefficients, les autres restant *arbitraires*. Si, en outre, le nombre p (*genre*) défini par $p = [(n-1)(n-2)/2] - d$, où $d = t_{\alpha-1} + t_{\beta-1} + t_{\gamma-1}$ (*équivalent en points doubles*) est positif ou nul, $p \geqq 0$, *il existe une* C_n *indécomposable qui satisfait à ces conditions* (elles résultent d'une section par AB ou par la cubique $xyz = 0$).

La dimension δ de la série linéaire C_n est donnée par $1 + \delta = t_{n+1} - \Sigma t_\alpha$ ou $1 + \delta = t_{n+1} - (1/2)\Sigma_1 - (1/2)\Sigma_2$ avec $\Sigma_1 = \alpha + \beta + \gamma$, $\Sigma_2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$; on a donc

$1+\delta-p=3n-\Sigma_1 \geqq 3n/2$. La condition $\delta > 1$, moins restrictive que $p \geqq 0$, donne des C_n décomposables.

Les cas limites se présentent tous, avec des conclusions simples.

Une C_n ainsi définie est dite *courbe type* $(n; \alpha, \beta, \gamma)$; elle comprend tous les *termes* $x^i y^j z^k$ où $i \leqq n-\alpha$, $j \leqq n-\beta$, $k \leqq n-\gamma$ avec des coefficients arbitraires. Si n est *la plus petite* valeur qui satisfait aux inégalités, le type est *propre*, sinon *impropre*. *Les* C_n *types n'ont pas de points de rebroussement* (ils seraient fixes et placés en A, B, C). Une C_n type *déterminée* est donc *la courbe générale d'une série linéaire de dimension* δ.

Deux courbes types $(n; \alpha, \beta, \gamma)$, $(n'; \alpha', \beta', \gamma')$ se coupent en $nn'-\alpha\alpha'-\beta\beta'-\gamma\gamma'$ points simples.

2° J'appelle *adjointes* à C_n, les courbes types $A_m(m; \alpha-1, \beta-1, \gamma-1)$ quand elles existent. Ainsi, ni $f=0$, ni $Pf=0$ ne sont des adjointes. Ces adjointes existent en général; on a la dimension d_m de la série linéaire qui les contient, le nombre q_m des points simples où elles coupent C_n et leur *genre* p_m.

Exceptions. — Si $d=t_{n-2}$, $\alpha=n-1$, $p=0$, A_{n-2} n'existe pas; si $\alpha+\beta=n$, A_{n-3} n'existe pas, indécomposable. En particulier, pour A_{n-3}, $1+d_{n-3}=p$, $q_{n-3}=2p-2$ (série *canonique*) et $p-p_{n-3}=3(n-4)+\Sigma_1$.

3° La théorie des groupes de m points, G_m^r, découpés sur G_n par une série linéaire de dimension r est très claire avec les *courbes types*. On n'a besoin du théorème de Nœther que sous sa forme la plus simple.

Si f est de type $(n; \alpha, \beta, \gamma)$, f' de type $(n'; \alpha', \beta', \gamma')$, l'expression $f'\psi+f\psi'$, où ψ est une adjointe A_{n-1} de f, ψ' une adjointe $A'_{n'-1}$ de f' a la dimension $\Delta=d_{n-1}+d'_{n'-1}+1$. Une courbe F passant par les points communs à $f=0$, $f'=0$ et de type $(n+n'-1; \alpha+\alpha'-1, \beta+\beta'-1, \gamma+\gamma'-1)$ a la dimension Δ_1, où

$$1+\Delta_1=t_{n+n'}-t_{\alpha+\alpha'}-t_{\beta+\beta'}-t_{\gamma+\gamma'}-(nn'-\alpha\alpha'-\beta\beta'-\gamma\gamma'),$$

mais comme $t_{n+n'}=t_n+t_{n'}+nn'$, ..., $1+d_{n-1}=t_n-t_{\alpha-1}-t_{\beta-1}-t_{\gamma-1}$, ..., il en résulte $\Delta_1=\Delta$ et les conditions de passer par les points simples sont indépendantes. On peut donc écrire $F=f'\psi+f\psi'$; *c'est le théorème de Nœther précisé*. Si l'on multiplie par un polynome P et réduit $P\psi$ et $P\psi'$ en divisant par f et f', on a une forme plus générale.

Une série linéaire $\lambda_0\psi_0+\ldots+\lambda_r\psi_r=0$ de C_m peut être transformée en courbes types. Il suffit, par exemple, de multiplier par xyz pour avoir le type $(m+3; \alpha', \beta', \gamma')$ avec $\alpha' \geqq 2\alpha$, ... Le théorème de Nœther montre que *les points qu'elle détermine sur* C_n *peuvent l'être par des adjointes* A_l. Le théorème du reste, la loi de réciprocité résultent du théorème de Nœther.

4° Pour la théorie des *groupes spéciaux* déterminés sur C_n par des A_{n-3}, on observe que se donner q points (x_i, y_i, z_i) $(i=1, \ldots, q)$ sur C_n, c'est remplacer C_n par *un nouvel être algébrique*, avec des *équations de définition*

$$f(x, y)=0, \qquad f(x_i, y_i)=0 \qquad (i=1, \ldots, q);$$

en faisant $z=1$, C_n dépend de $\delta-q$ paramètres linéaires et de $2q$ paramètres x_i, y_i non linéaires. Les A_{n-3} qui passent par ces q points sont définies de même, mais conduisent à des relations qui fixent à $(p-1-q)$ la dimension de la série A_{n-3}, c'est-à-dire à q le *rang* d'une matrice, où ne figurent que les *termes* $x_i^\lambda y_i^\mu$ de A_{n-3} et *non les coefficients de* C_n et de A_{n-3}. On peut donc étudier les relations entières entre ces éléments et traiter la question pour toutes les C_n types $(n; \alpha, \beta, \gamma)$ en même temps (théorème de Riemann-Roch) quand la dimension dépasse $(p-1-q$.

L'emploi des cubiques $(3; 1, 1, 1)$ qui passent par quatre points A_i du plan et un

point Γ de C_n et forment un *réseau* donne, d'un seul coup, la transformation de Bertini, qui disperse les points A, B, C en d points doubles.

5° Si l'on prend la suite naturelle des nombres, $d = 1, 2, 3, \ldots$, dans l'intervalle $t_{n-3} < d \leq t_{n-2}$ on obtient des C_n types *propres* dont le genre décroît de $(n-3)$ à 0; pour $d \leq t_{n-3}$ on a des C_n types impropres. Mais *toutes les valeurs de d ne sont pas bonnes*. Suivant les valeurs de α, β, γ dans $d = t_{\alpha-1} + t_{\beta-1} + t_{\gamma-1}$ et *les inégalités indiquées*, on peut avoir plusieurs types de C_n *équivalents* ou pas du tout, ces valeurs exigeant des C_{n+1} ou C_{n+k}. Le nombre des décompositions de d en triangulaires est connu depuis Gauss mais *très compliqué*. On a, en tout cas, un procédé régulier pour constituer des *tableaux de C_n existant réellement*, avec leurs singularités ponctuelles; les singularités tangentielles c, t, i s'en déduisent par les formules de Plücker *réduites* $(r = 0)$, dont on a *les cas d'exception*.

Ainsi, pour $d = 9$ on a une $C_6(6; 3, 3, 3)$ et une $C_7(7; 4, 3, 1)$; pour $d = 12$ on a $C_7(7; 5, 2, 2)$ et une $C_8(8; 4, 4, 2)$, mais pour $d = 13$ et $d = 14$ pas de C_7 mais des C_8. J'ai poursuivi cette étude jusqu'à $d = 105$.

L'emploi des courbes types conduit aussi à des résultats précis en Algèbre, et dans la théorie des intégrales abéliennes. Enfin il est utile, dans l'étude beaucoup plus difficile, des surfaces.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur la possibilité d'expliquer les étoiles nouvelles par la libération de la forte énergie condensée dans les noyaux de leurs atomes*. Note de M. **Henri Deslandres**.

Les étoiles nouvelles sont un des phénomènes les plus curieux présentés par le monde stellaire. Une étoile faible offre subitement un fort accroissement de sa lumière, qui même parfois, la fait plus intense qu'une étoile de première grandeur; mais cet éclat exceptionnel dure peu; il diminue dans les mois suivants et l'étoile reprend son faible éclat primitif. On a invoqué, pour expliquer cette variation, la rencontre avec un autre corps céleste; mais l'observation ne montre toujours qu'un seul astre.

On a pensé que le phénomène pouvait avoir les mêmes causes que la puissance des deux bombes atomiques qui ont détruit en grande partie deux villes importantes du Japon et forcé les Japonais à abandonner leurs conquêtes. L'énergie extrêmement forte, condensée dans les noyaux de nombreux atomes de l'étoile, étant libérée, peut expliquer toutes les variations de l'étoile. Mais il resterait à déterminer les causes de la libération. Actuellement on peut tout au moins comparer le spectre de la bombe atomique, non encore publié à ma connaissance, et le spectre des étoiles nouvelles, relevé avec soin par les astronomes [1].

---

[1] Le groupe d'hommes de sciences, choisis parmi les meilleurs, qui a organisé la bombe atomique, a certainement pris son spectre. Il est facile d'avoir le spectre d'une lumière intense. Si ce spectre a des caractères bien particuliers, qui le distinguent des autres spectres, on pourra, dans chaque étoile variable, déterminer la part qui revient à l'énergie interne des atomes. D'ailleurs cette énergie interne, en raison de sa grandeur, doit certainement jouer un rôle dans la formation et l'évolution des étoiles.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Les Cartes botaniques entreprises actuellement en France et leur publication.* Note de M. **Auguste Chevalier.**

En mai 1943, M. L. Emberger a proposé au Centre national de la Recherche scientifique d'entreprendre la cartographie méthodique de la France. Accueilli favorablement, ce projet a fait l'objet d'études approfondies par le Comité directeur de Biologie végétale au Centre national de la Recherche scientifique, d'abord sous la présidence de M. Charles Jacob, puis sous celle de M. R. Combes. Il est aujourd'hui au point et sa réalisation décidée, tous les problèmes scientifiques et techniques de mise au point ayant été résolus.

L'œuvre est entreprise par le Centre National de la Recherche scientifique sous le contrôle immédiat de son Comité Directeur de Biologie végétale.

Deux Cartes seront dressées, l'une au 1/200000, intitulée *Carte de la Végétation de la France*, dirigée par M. H. Gaussen, avec M. Rey, Agrégé de l'Université comme Directeur technique; l'autre, au 1/20000, dite *Carte des Groupements végétaux de la France*, confiée à M. L. Emberger, avec M. Braun-Blanquet comme Directeur technique.

La première carte représentera *les climax*, en s'inspirant des principes qui avaient dirigé C. Flahault, mais elle sera beaucoup plus détaillée que les cartes publiées par ce savant, car elle représentera aussi les états actuels de la végétation des territoires occupés par les divers climax, ainsi que les cultures. Des cartons annexes donneront des documents pédologiques climatiques, forestiers, agricoles etc. permettant une meilleure compréhension de la carte.

La deuxième carte représentera les *Associations végétales*, telles que celles-ci sont définies floristiquement, d'après les principes de l'École dite de Montpellier-Zurich, aujourd'hui universellement reconnue. Elle sera également accompagnée de cartons complétant la documentation qu'elle représente.

Les travaux sont déjà commencés. Leur plan est déterminé par les possibilités des Collaborateurs, l'existence des fonds de cartes nécessaires, le 20/000 n'existant encore que pour les zones frontières, et par l'intérêt économique des régions. Au 1/200000, la feuille de Toulouse sera donnée à l'impression fin décembre: celles de Perpignan, du Puy, d'Orléans et de Nice sont en marche. Au 1/20000, la feuille de Montpellier est à l'impression. Celles d'Aix-Nord, d'Aix-Sud et de Besançon paraîtront en 1946. On travaille activement dans la Crau et dans la Camargue, régions particulièrement intéressantes du point de vue économique.

La France accomplira, dans ce domaine, une œuvre comparable à celle que les géologues ont déjà effectuée. Elle est aussi le premier pays qui entreprenne *méthodiquement* des levés de cartes botaniques et réalisera ainsi un projet caressé depuis longtemps par des hommes clairvoyants (Aug. Pyrh. de Candolle, Ch. Flahault) soucieux du bien public. Les circonstances et le manque

d'initiative ou de moyens avaient empêché, jadis, que les projets fussent poussés plus avant. Il fallait un puissant organisme comme le Centre national de la Recherche scientifique pour assumer une entreprise aussi importante et d'aussi longue haleine.

Ces cartes rendront, dans tous les domaines, mais surtout du point de vue économique, d'immenses services au pays et il faut souhaiter que leur établissement soit poussé avec toute la vigueur qu'impose la situation de notre pays.

En écrivant moi-même cette Note j'ai tenu à informer les géobotanistes de l'œuvre entreprise en France malgré les circonstances difficiles actuelles. MM. L. Emberger et H. Gaussen ont le mérite de l'avoir conçue et ils viennent de l'amorcer puisque plusieurs cartes sont déjà dressées et vont être prochainement publiées.

MÉCANIQUE. — *Sur l'amortissement et l'entretien des oscillations à n degrés de liberté.* Note de M. **Jules Haag.**

1. Considérons un système de $n+1$ corps solides S_0, S_1, ..., S_n, dont le premier sera appelé le *support*. La position de S_0 est déterminée par le paramètre x_0; la position de S_i par rapport à S_0 est déterminée par le paramètre x_i. Tous les x_i sont par exemple des longueurs. La *force vive* du système est nécessairement de la forme

$$(1) \qquad 2T = M_0 x_0'^2 + \sum_{i=1}^{n} (M_i x_i'^2 + 2 N_i x_0' x_i').$$

Nous supposerons tous les coefficients M_i, N_i *constants.*

Les *forces élastiques* appliquées au système dérivent du *potentiel*

$$V = \sum_{i=0}^{n} M_i \omega_i^2 x_i^2.$$

Les *résistances passives* absorbent la puissance instantanée

$$S = \sum_{i=0}^{n} \lambda_i M_i \omega_i x_i'^2,$$

les λ_i désignant des *nombres constants, positifs et très petits.*

2. Écrivons les équations de Lagrange et cherchons une solution en $e^{j\omega t}$, $(j=\sqrt{-1})$. Nous obtenons le système linéaire

$$(2) \qquad M_0 z_0 x_0 = \omega^2 \left(\sum_{i=1}^{n} N_i x_i \right), \qquad z_i x_i = N_i \omega^2 x_0,$$

en posant $z_i = \omega_i^2 - \omega^2 + j \lambda_i \omega_i \omega$. En éliminant les x_i, nous obtenons *l'équation*

en ω

(3) $$\frac{z_0}{\omega^4} - \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i}{z_i} = 0, \qquad P_i = \frac{N_i^2}{M_i}.$$

En *première approximation*, on peut annuler les λ_i; on obtient l'équation déterminant les *pulsations propres* du système. On voit immédiatement qu'elles sont *séparées par* $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ et que ω_0 est *toujours compris entre les racines extrêmes*.

En *deuxième approximation*, les racines de (3) sont de la forme $\omega + j\beta$, avec

(4) $$\beta = \frac{M_0 \lambda_0 \frac{\omega_0}{\omega^4} + \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i \lambda_i \omega_i}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2}}{M_0 \frac{2\omega_0^2 - \omega^2}{\omega^6} + \sum_{i=1}^{n} \frac{P_i}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2}},$$

en supposant $\omega_1 < \omega_2 < \ldots < \omega_n$. On voit aisément que β est *toujours positif*.

Si $\omega_p = \omega_{p+1} = \ldots = \omega_{p+q}$, $(p > 0)$, q pulsations propres se confondent avec ω_p. Les q valeurs correspondantes de β sont données par l'équation

(5) $$\sum_{i=p}^{p+q} \frac{P_i}{\rho - \lambda_i} = 0, \qquad \text{avec } 2\beta = \rho\omega_p.$$

Revenons au cas général et supposons le rapport ω_p/ω_{p-1} très grand, tous les λ_i du même ordre de grandeur et tous les P_i de l'ordre de M_0. On voit aisément, sur la formule (4), que β est de l'ordre de $\lambda_p \omega_p$, si ω_p est immédiatement inférieur à ω. On en conclut que *les* $n - p + 1$ *vibrations de haute fréquence ont un amortissement beaucoup plus rapide que les vibrations de basse fréquence*.

3. Supposons qu'un mécanisme *interposé entre* S_0 *et* S_1 donne une *impulsion instantanée* à S_1 chaque fois que x_1 passe par la valeur zéro. Nous supposons en outre que *l'énergie fournie par cette impulsion a une valeur donnée* E.

Les percussions appliquées au système sont toutes des *percussions intérieures*. Leur travail virtuel est indépendant du trièdre de référence. En liant celui-ci à S_0, on voit que ledit travail est de la forme $Q_1 \delta q_1$. En appliquant les équations de Lagrange de la théorie des percussions, on trouvre que les accroissements de vitesses $\Delta x'_i$ sont donnés par les formules

$$\Delta x'_1 = \frac{E}{M_1 x'_1}\left(1 + \frac{P_1}{Q}\right); \qquad \Delta x'_0 = \frac{-EN_1}{M x'_1 Q}; \qquad \Delta x'_i = -\frac{N_i}{M_i} \Delta x'_0 \qquad (i > 1);$$

avec

$$Q = M_0 - \sum_{i=1}^{n} P_i > 0.$$

Si A_i désigne l'amplitude de l'oscillation de x_i, *les accroissements d'amplitude*

dus à l'impulsion sont donnés par

$$(6)\quad \begin{cases} A_1\Delta A_1 = \dfrac{E}{M_1\omega^2}\left(1+\dfrac{P_1}{Q}\right), \quad A_0\Delta A_0 = \dfrac{E(\omega^2-\omega_1^2)}{Q\omega^4}, \\ A_i\Delta A_i = \dfrac{EN_i^2(\omega^2-\omega_1^2)}{QM_i^2(\omega^2-\omega_i^2)\omega^2}. \end{cases}$$

On voit que ΔA_1 *est toujours positif, les autres* ΔA_i *peuvent avoir des signes quelconques.*

La *perte d'amplitude due à l'amortissement* est $(\beta\pi/\omega)A_i$. En la retranchant de ΔA_i, on obtient *l'accroissement algébrique global d'amplitude* δA_i. En annulant δA_1, on peut *calculer l'énergie* E *nécessaire pour entretenir une oscillation de* S_1 *par rapport à* S_0 *ayant une amplitude donnée* A_1. On peut ensuite *étudier l'amortissement des oscillations des autres paramètres.*

La présente méthode peut être appliquée à des problèmes variés, tels que : *double pendule, pendule à suspension non rigide, pendules sympathiques, montre oscillante* etc.

PLIS CACHETÉS.

M. **Fernand Charron** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 27 mai 1935 et enregistré sous le n° 11040.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée *Altimètre intégrateur.*

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

M. **Georges-Gaston Bory** demande l'ouverture de trois plis cachetés reçus dans les séances des 12 février et 20 août 1917 et enregistrés sous les n°s 8360, 8427 et 8428.

Ces plis, ouvert en séance par M. le Président, contiennent trois Notes intitulées *Essai sur la balistique de la fusée; Note technique sur le calcul des freins de bouche système Galliot-Bory; Essai sur la balistique extérieure de la fusée dans le cas du tir ascendant presque vertical.*

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre des Finances** invite l'Académie à désigner deux de ses Membres qui occuperont, dans la *Commission de contrôle de la circulation monétaire*, les places vacantes par l'expiration des pouvoirs de MM. *P. Lebeau* et *M. Delépine.*

MM. **Pierre Chevenard** et **Raymond Jouaust** prient l'Académie de bien vouloir les compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie par l'annulation de l'élection de M. *Georges Claude.*

ALGÈBRE. — *Théorie de la ramification dans les extensions finies des corps valués : compléments et applications.* Note (¹) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes (²) et je me sers de leurs résultats.

1° *Dénominateurs des nombres caractéristiques.* — Contrairement aux cas classiques (³), le dénominateur $\delta_{K'}^{(\alpha)}(\sigma)$ du nombre caractéristique $v^{(\alpha)}(\sigma)$ en un $\alpha \in K'$ (où K′ est une extension transcendante élémentaire de K) d'un $\sigma \in Z_{K/k}$ *peut ne pas se diviser par p*, c'est-à-dire $\mathfrak{M}'\left(v^{(\alpha)}(\sigma)\right)/\mathfrak{M}'$ peut ne pas être séparable [exemple : soit $k = k_0(x)$ l'extension transcendante élémentaire de caractéristique valuative (o) du corps p-adique rationnel k_0', et soit $K' = K = k(\alpha)$, où $\alpha^{p^2} = x$; il existe un $\sigma \in G_{K/k} = Z_{K/k}$ tel que $\sigma\alpha : \alpha$ soit une racine $p^{2-\text{ième}}$ primitive de l'unité; $\mathfrak{M}'$ est le module des entiers rationnels, et $v^{(\alpha)}(\sigma) = 1 : p(p-1)$]. Le noyau séparable de $\mathfrak{M}'\left(v^{(\alpha)}(\sigma)\right)/\mathfrak{M}'$ est dit la *période caractéristique de σ en α (pour* $\{K', |\ldots|^*\}$). Si $\sigma \in \mathfrak{V}_q - \mathfrak{V}_{q+1}$, les périodes caractéristiques (pour $\{K, |\ldots|^*\}$) de σ aux $\alpha \in \mathfrak{I}$ tels que, pour tout $\sigma' \in \mathfrak{V}_{q+1}$, on ait $v^{(\alpha)}(\sigma) > v^{(\alpha)}(\sigma')$, sont dites les *périodes caractéristiques de* σ tout court, et σ est dit *régulier* s'il ne possède qu'une seule période caractéristique. L'ensemble $P_q(K/k)$ des périodes caractéristiques des $\sigma \in \mathfrak{V}_q - \mathfrak{V}_{q+1}$ réguliers sera dit le *q-ième ensemble de périodes de* K/k. On démontre que si $\Pi \in P_q$, la réunion $\mathfrak{V}_{q,\Pi}(K/k; |\ldots|^*)$ de $\mathfrak{V}_{q+1}$ et de l'ensemble des éléments réguliers de $\mathfrak{V}_q - \mathfrak{V}_{q+1}$ dont la période est Π est un sous-hypergroupe conforme de $Z_{K/k}(|\ldots|^*)$, $\mathfrak{V}_{q,\Pi}/\mathfrak{V}_{q+1}$ est dit la Π-*composante* de $\mathfrak{V}_q/\mathfrak{V}_{q+1}$ et que $\mathfrak{V}_q/\mathfrak{V}_{q+1}$ est le *produit direct de ses* Π-*composantes*, Π parcourant P_q. De même, $\mathfrak{V}'_q/\mathfrak{V}_{q+1}$ en est un de ses Π-composantes $\mathfrak{V}'_{q,\Pi} = \mathfrak{V}_{q,\Pi} \cap \mathfrak{V}'_q\,\mathfrak{V}_{q+1}$. On prouve aussi que si $\alpha \in K$, la période caractéristique en α (pour $\{K, |\ldots|^*\}$) de tout $\sigma \in Z_{K/k}(|\ldots|^*)$ appartient à un des $P_q(K/k)$. L'ordre de $\mathfrak{V}_{q,\Pi}/\mathfrak{V}'_{q+1}$, sera noté $\mathfrak{n}_{q,\Pi}(K/k)$, et le produit des $\mathfrak{n}_{q,\Pi}$ pour Π fixe, se note $n_\Pi(K/k)$.

2° *Inégalités d'Ore et de Speiser.* — L'inégalité d'Ore (⁴)

$$v_q(K/k)\,n_q(K/k) \leq \omega(p)\,p : (p-1),$$

n'est plus, en général, exacte; celle de Speiser (⁵) $v_q(K/k) \leq \omega(p) : (p-1)$ l'est.

3° *Corps intermédiaires.* — Soient K′/k une sous-extension d'une extension

(¹) Séance du 29 octobre 1945.

(²) *Comptes rendus*, **219**, 1944, pp. 433-435, 473-476, 539-541, et **220**, 1945, pp. 28-30.

(³) Voir ma *Thèse*, *Mém. de l'Acad. de Belgique* (*Cl. d. Sc.*), **11**, 1937, 4, pp. 1-110 et mon travail *Sur la primitivité des corps* 𝔭*-adiques*, *Mathematica* (Cluj), **13**, 1937, pp. 92-171.

(⁴) Voir Ore, *Math. Annalen*, **202**, 1929-1930, pp. 283-309, et mes travaux cités (³).

(⁵) Voir A. Speiser, *Journ. f. d. r. u. ang. Math.*, **149**, 1919, pp. 179-188.

valuée K/k, $\mathfrak{M}'$ module de valuation de K', $\Pi' = \Psi'/\mathfrak{M}'$ un élément d'un des $P_q(K'/k)$, $(\Pi')_K = (\mathfrak{M} + \Psi')/\mathfrak{M}$. Soit $n_\Pi(K'/k; K)$ le produit des $n_{\Pi'}(K'/k)$ tels que $(\Pi')_K = \Pi$, où Π appartient à un des $P_q(K/k)$. Alors, on démontre *que* $n_\Pi(K/k) = n_\Pi(K'/k; K) n_\Pi(K/K')$. Si K'/k est une sous-extension hilbertienne de K/k, les valeurs réelles des $v_q(K'/k)$ et les $V_q(K'/k)$ se calculent à partir de K/k et de K/K' par les formules d'Herbrand-Hasse (6).

4° *Extensions primitives des corps valués complets.* — Soit k un corps valué complet. Il résulte de mes Notes citées (2) qu'une extension de k (forcément finie) *est primitive* dans les seuls cas séparés suivants : 1° *elle est non ramifiée et* R/r *est primitive;* 2° *elle est non surramifiée, son degré est un nombre premier autre que* p *et* $R = r$; 3° *elle est complètement surramifiée* ($\tilde{R} = r$ et $\tilde{\mathfrak{M}} = \mathfrak{m}$) (donc *de degré puissance de* p), *séparable et*, si α est un élément d'une extension transcendante élémentaire quelconque K' de K, $v_1^{(\alpha)}(K/k) = +\infty$ *et* $M_0^{(\alpha)}(K/k)$ *est un* S'*-module primitif de* $S^{\star\prime}$ [si cette condition est vérifiée pour un α de cette forme, elle l'est pour tous; elle implique que $\mathfrak{V}_1(K/k; |\ldots|^\star) = \{1_k\}$, que $c_0(K/k) \neq (v_0(K/k), v_0(K/k)^-)$ et que $P_0(K/k)$ est un ensemble d'un seul élément Π]; 4° *elle est non séparable de degré* $p(=p^f)$. *Si* K/k *est primitive,* quels que soient $\alpha \in K$ et $\sigma \in G_{K/k}$, $\delta_K^{(\alpha)}(\sigma)$ *est premier à* p, *la période caractéristique de* σ *en* α (pour K), si $\alpha \notin k$, *est* Π et $v_0(K/k)$ *satisfait à l'inégalité d'Ore.*

Soit k'/k une sous-extension primitive d'une extension K/k telle que $K_V = k$ ou $k'/k \subseteq K_V/K_T$, et soit $\alpha \in k'$ et $\notin k$. Alors, dans ces cas respectifs, $G_{K/k} = V_0^{(\alpha)}(K/k)$, $G_{K/k'} = V_1^{(\alpha)}(K/k)$ et $G_{K/k} = T_{K/k}$, $G_{K/k'} \supseteq V_{K/k}$, d'où il résulte, en vertu de mes Notes précédentes (2), que $G_{K/k'}$ est un sous-hypergroupe normal de $G_{K/k}$. Or on démontre que *la normalité d'un sous-hypergroupe* h *d'un hypergroupe*$_D$ (7) H *entraîne sa semi-invariance* (7) *dans* H (ceci résulte, g et $\bar{G} \supset g$ étant deux sous-groupes d'un groupe G, de l'équivalence des égalités $c_1 g_1 c_2 \bar{G} = c_1 \bar{G} c_2 \bar{G}$ quels que soient c_1, $c_2 \in G$ avec les égalités $\bar{G} c g = \bar{G} c \bar{G}$ quel que soit $c \in G$). Donc, sous ces hypothèses, $G_{K/k'}$ *est semi-invariant dans* $G_{K/k}$. Il en résulte que *si* $K_T = k$, *la suite des hypergroupes* (7) *de toute suite génératrice* (7) *fortement régulière* (c'est-à-dire passant par K_V) *de* K/k *est une suite de composition* (7) [semi-normale (7)] *de* $G_{K/k}$ et que, en vertu de la loi de Jordan-Hölder dans les hypergroupes que j'avais démontrée (7), *toutes les suites génératrices de* $K/k(k = K_T)$ *ont une même longueur* (7), et, à l'ordre près, *une même suite des degrés* (7), *et celles qui sont fortement régulières ont, en plus,* à l'ordre et à l'isomorphie près, *la même suite des hypergroupes quotients* (7). On démontre comme dans le travail cité (7) la *condition* suivante *nécessaire et suffisante pour*

(6) J. Herbrand, *Journ. d. Math. p. et appl.*, 51, 1931, pp. 481-498, et H. Hasse, *Comptes rendus*, 197, 1933, pp. 511-512.

(7) Voir M. Krasner, *Duke Math. J.*, 6, 1940, pp. 120-140, et 7, 1940, pp. 121-135.

que K/k (on ne suppose plus $K_T = k$) *soit métagaloisienne* (8) : 1° R/r *l'est*; 2° *pour tout facteur premier* l *de* e, *les racines* l-*ièmes de l'unité sont* $\in R$; 3° α étant un élément primitif de K'/k', où k', K', $K^{\star\prime}$ sont les mêmes extensions transcendantes élémentaires des k, K, $K^\star$, et, pour tout $q = 0, 1, \ldots, m_{\alpha, K/k} - 1$, $a_q^{(\alpha)}$ étant un élément du squelette $S^{\star\prime}$ de $K^{\star\prime}$ tel que $|a_q^{(\alpha)}| = v_q^{(\alpha)}$ et $a_q^{(\alpha, \delta_q)}$, où $\delta_q = \delta_q^{(\alpha)}(K'/k')$, soit un élément du squelette S' de K', *pour tout* q, δ_q *est une puissance* p^{θ_q} *de* p et, $z^\star$ étant l'opérateur $x \to x^p$ et λ_q étant le quasi-polynome (8) de $M_q^{(\alpha)}(K/k) : a_q^{\alpha}$, $z^{\star\theta_q} \lambda_q z^{\star - \theta_q}$ *est décomposable dans l'anneau* $W(R', 1)$ (8) [où R' est le corps de restes de K'] *en facteurs de la forme* $z^\star - \beta^{p-1}$, *où* $0 \neq \beta \in R'$. *La condition nécessaire et suffisante pour que tous les* $\delta_q^{(\alpha)}(K'/k')$ *soient puissances de* p *est que* $KK_T^\star / K_T^\star$ *soit métagaloisienne.*

TOPOLOGIE. — *Définition intrinsèque de la notion de chemin.*
Note de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

En cinématique nous considérons des mouvements, c'est-à-dire des transformations continues d'intervalles en sous-ensembles d'espaces distanciés et complets. En topologie, depuis Jordan, nous étudions des trajectoires des mouvements, c'est-à-dire les ensembles des positions d'un mobile. Une idée intermédiaire, résultant d'une abstraction partielle du facteur temporel, est la notion de chemin.

Dans la théorie classique le chemin est une famille maximale de mouvements équivalents. Soit $f[a, b]$ le mouvement ininterrompu associant la position $f(t)$ au moment t de l'intervalle $[a, b]$, la position $f(t)$ n'étant constante au cours d'aucun sous-intervalle de $[a, b]$. Nous disons que $f[a, b]$ est équivalent au mouvement ininterrompu $g[c, d]$ s'il existe une transformation τ de $[a, b]$ en $[c, d]$ telle que pour chaque moment t de $[a, b]$ les points $f(t)$ et $g[\tau(t)]$ soient identiques. En fait, le chemin que nous étudions est toujours présenté comme un mouvement particulier, et chaque théorème doit être complété par la démonstration de son indépendance à l'égard du mouvement particulier choisi parmi les mouvements équivalents.

Bien que Fréchet et Morse aient établi les méthodes pour le choix d'un mouvement représentatif dans chaque chemin, il y a lieu de caractériser le chemin comme notion *sui generis*. On peut établir une solution de ce problème de la manière suivante.

Soient $f[a, b]$ un mouvement ininterrompu donné, $T = \{t_0, t_1, \ldots, t_n\}$ un ensemble de nombres de l'intervalle $[a, b]$ ordonnés selon leur grandeur et tels que $t_0 = a$ et $t_n = b$; à T correspond une chaîne d'ensembles fermés $\{E_1, E_2, \ldots, E_n\}$, où E_k désigne la trajectoire du mobile pendant l'intervalle

(8) Voir M. Krasner, *Comptes rendus*, 205, 1937, pp. 772-774.

$[t_{k-1}, t_k]$. Par une chaîne nous entendons une suite finie d'ensembles fermés contenant plus d'un point tel que deux éléments consécutifs aient toujours au moins un point commun. Appelons $\mathcal{C}(f)$ la famille des chaînes correspondant à tous les ensembles finis T. Évidemment, si f et g sont équivalents, les familles $\mathcal{C}(f)$ et $\mathcal{C}(g)$ sont identiques. On voit que :

1° $\mathcal{C}(f)$ contient des chaînes de normes arbitrairement petites (par norme d'une chaîne on entend le diamètre maximal de ses éléments).

2° Étant données deux chaînes C_1 et C_2 de la famille $\mathcal{C}(f)$, cette dernière contient toujours un amincissement commun de C_1 et C_2. Ici nous disons que la chaîne $C = \{E_1, E_2, \ldots, E_m\}$ est un amincissement de la chaîne $D = \{F_1, F_2, \ldots, F_n\}$ si chaque élément F_i est la somme d'un segment $\{E_{i_k}, E_{i_k+1}, E_{i_{k+1}} - 1\}$ de la chaîne C, où $i_1 = 1$ et $i_{n+1} = m + 1$.

3° La famille $\mathcal{C}(f)$ est saturée par rapport à la propriété 2°, c'est-à-dire qu'il est impossible d'ajouter à $\mathcal{C}(f)$ aucune chaîne sans priver la famille de la propriété 2°.

Nous appelons chemin une famille $\mathcal{C}$ jouissant des propriétés 1°, 2°, 3°. Chaque chemin ainsi entendu, en conjonction avec une famille d'ensembles correspondants finis contenus dans un intervalle $[a, b]$, détermine un mouvement $f[a, b]$ tel que $\mathcal{C} = \mathcal{C}(f)$, deux mouvements $f[a, b]$ et $g[c, d]$ déterminés par le même chemin étant nécessairement équivalents. La détermination de $f[a, b]$ peut être basée sur une suite quelconque de chaînes $C_1, C_2, \ldots$ de la famille $\mathcal{C}$, pourvu que chaque chaîne C_{k+1} soit un amincissement de la chaîne C_k et que les normes de C_k tendent vers o. En conséquence, toute suite de chaînes satisfaisant à ces conditions constitue une seconde définition du chemin, deux suites déterminant le même chemin lorsqu'elles appartiennent à la même famille saturée. Remarquons qu'on peut aussi définir la distance de deux chaînes. En admettant des quasi-chaînes contenant des éléments d'un seul point, on peut inclure des mouvements avec des intervalles de repos.

En faisant correspondre à chaque T le polygone

$$P = \{f(t_0), f(t_1), \ldots, f(t_n)\},$$

nous obtenons une famille $\mathcal{P}$ de polygones. Étant donnés deux polygones P_1 et P_2 de la famille $\mathcal{P}$, cette dernière contient un sous-polygone commun à P_1 et P_2. La famille $\mathcal{P}$ est saturée par rapport à cette propriété, et elle contient des polygones dont les normes par rapport à la famille $\mathcal{P}$ sont arbitrairement petites. Nous appelons norme du polygone $\{p_0, p_1, \ldots, p_n\}$ par rapport à la famille $\mathcal{P}$ la borne supérieure des diamètres des polygones

$$\{q_{k_i} = p_i, q_{k_{i+1}}, \ldots, q_{k_{i+1}} = p_{i+1}\} \qquad (i = 0, \ldots, n-1)$$

qui forment les segments d'une extension Q de P.

Nous pouvons définir le chemin comme une famille de polygones jouissant des trois propriétés mentionnées.

Cette définition fournit une base entièrement satisfaisante pour une théorie intrisèque de la longueur d'un chemin. Nous appelons longueur de $\mathcal{P}$ la limite (si elle existe) des longueurs des polygones appartenant à $\mathcal{P}$ dont les normes par rapport à $\mathcal{P}$ tendent vers o. Ici la longueur est prise par rapport à une métrique quelconque associant à deux points, comme leur distance, un élément d'un groupe qui est une classe (L), la métrique étant assujettie à la seule condition que la distance de deux points identiques soit toujours l'élément o du groupe. D'autre part le rôle de la métrique de l'espace distancié est purement topologique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de fonctions méromorphes d'ordre borné à zéros et pôles réels et négatifs.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Nous considérons ici des suites de fonctions de la forme

$$f_n(z) = e^{c_0+c_1 z+\ldots+c_p z^p}\frac{\prod\left(1+\frac{z}{\alpha_j}\right)e^{-\frac{z}{\alpha_j}+\ldots+(-1)^p\frac{z^p}{p\alpha_j^p}}}{\prod\left(1+\frac{z}{\beta_j}\right)e^{-\frac{z}{\beta_j}+\ldots+(-1)^p\frac{z^p}{p\beta_j^p}}},$$

où les α_j et les β_j sont réels et positifs. On pose $c_q = a_q + ib_q$, avec a_q et b_q réels; les a_q et b_q et les α_j et β_j dépendent, bien entendu, de n, mais p reste fixe.

Nous appellerons $\nu_n(t)$ le nombre de zéros $\geqq -t$ de $f_n(z)$ diminué du nombre de pôles $\geqq -t$, E l'ensemble des points limites de zéros ou de pôles de $f_n(z)$, $-l$ l'abscisse maxima des points de E, $-$ L la borne supérieure des zéros et des pôles, et Π, le domaine constitué par le plan privé du segment $[-\infty, -L]$ de l'axe réel.

$\varphi(n)$ sera une fonction positive de l'entier n.

Si l'on suppose $\nu_n(t) \geqq 0$, on a des énoncés tout à fait analogues à ceux établis dans une Note précédente pour les suites de fonctions entières ([1]).

I. α. Si, 1° la suite des fonctions M_n définies par

$$M_n(t) = \frac{1}{\varphi(n)}\int_0^t \nu_n(u)\,du$$

est vaguement convergente vers une fonction limite M;

2° A étant un nombre réel positif tel que M soit continue pour $t = A$,

$$(a)\quad \left\{\begin{array}{l} \text{pour } q = 0, 1, \ldots, p, \\ \frac{1}{\varphi(n)}\left[c_q + (-1)^q\int_0^A \frac{\nu_n(t)\,dt}{t^{q+1}}\right] \text{ a une limite } C_q = A_q + iB_q. \end{array}\right.$$

([1]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 603.

et

$$(b)\qquad \frac{1}{\varphi(n)}\int_{A}^{+\infty}\frac{\nu_n(t)\,dt}{t^{p+2}} \text{ a une limite } k$$

dans le domaine II, la détermination de $[1/\varphi(n)]\log f_n(z)$ égale à $c_0/\varphi(n)$ pour $z=0$ converge vers

$$(1)\qquad \begin{aligned} U(z)+iV(z) = &-\int_{-0}^{A}\frac{dM(t)}{z+t} \\ &-\int_{A}^{+\infty}\left[\frac{1}{z+t}-\frac{1}{t}+\frac{z}{t^2}+\ldots+(-1)^{p+1}\frac{z^p}{t^{p+1}}\right]dM(t) \\ &+C_0+C_1 z+\ldots+C_p z^p+(-1)^p\left[k-\int_{A}^{+\infty}\frac{dM(t)}{t^{p+2}}\right]z^{p+1}. \end{aligned}$$

Réciproquement, la convergence de la détermination considérée de $[1/\varphi(n)]\log f_n(z)$ sur un ensemble de points ayant un point d'accumulation intérieur à II entraîne que la condition 1° soit satisfaite et que (a) et (b) le soient quel que soit A réel positif tel que M soit continue pour $t=A$, de sorte qu'il y a convergence partout dans II.

La connaissance de la fonction limite, holomorphe dans II, détermine la fonction M et, en fonction de A, les constantes $C_0, \ldots, C_p$ et k. La fonction M, nulle pour $t<0$, et les constantes $B_0, \ldots, B_p$ sont déterminées simplement grâce à la formule

$$(2)\qquad \begin{aligned} &\lim_{y\to+0}\int_{-t}^{-t_0} V(u+iy)\,du \\ &= \pi\frac{M(t+0)+M(t-0)}{2}+\sum_{0}^{p}(-1)^q\frac{B_q}{q+1}\left[t^{q+1}-t_0^{q+1}\right] \end{aligned}$$

où t_0 est un nombre négatif quelconque. $A_0, \ldots, A_p$ et k sont donnés ensuite par la formule (1).

β. Si l'on a les mêmes conditions que ci-dessus, avec, au lieu de (a), la condition (a') qui s'en déduit en remplaçant, pour $q=0$, c_0 par a_0, la fonction réelle $[1/\varphi(n)]\log|f_n(z)|$ converge en dehors de E vers une fonction harmonique $U(z)$ donnée par une formule $(1')$ qui se déduit de (1) en remplaçant C_0 par A_0. Cette formule définit en même temps, en dehors du segment $[-\infty, -l]$ de l'axe réel, une fonction $V(z)$ qui satisfait à une formule $(2')$ déduite de (2) en remplaçant B_0 par 0.

Réciproquement, la convergence de $[1/\varphi(n)]\log|f_n(z)|$ dans un domaine disjoint de E entraîne que la condition 1° soit satisfaite et que (a') et (b) le soient quel que soit A réel positif tel que M soit continue pour $t=A$, de sorte qu'il y a convergence partout en dehors de E. La connaissance de la fonction limite détermine la fonction M et, en fonction de A, les constantes $A_0, C_1, \ldots, C_p$

et k. La fonction $V(z)$ est d'abord déterminée à une constante près, la formule (2') donne M et les constantes $B_1, \ldots, B_p$, après quoi, $A_0, A_1, \ldots, A_p$ et k sont donnés par la formule (1').

II. Nous ajouterons les observations suivantes :

α. Si l'on suppose que $c_0, c_1, \ldots, c_p$, sont réels, on voit que la convergence de $[1/\varphi(n)] \log |f_n(z)|$ dans un domaine ou sur un segment de l'axe réel disjoints de E entraîne la convergence, partout dans Π, de la détermination réelle pour z réel positif de $[1/\varphi(n)] \log f_n(z)$.

Il en est de même de la convergence de $[1/\varphi(n)] \log |f_n(z)|$ sur un segment d'une demi-droite issue du point x_0 de l'axe réel et faisant avec Ox l'angle θ (de module $< \pi$) si $x_0 > -l$ et $|\theta| \neq (m\pi/2r)$ avec m entier impair et r entier $\leqq p+1$, ou bien $x_0 = l$ et $|\theta| < \pi/2(p+1)$.

$U(z) + iV(z)$ est la fonction holomorphe dans Π qui coïncide avec $U(z)$ pour z réel positif.

β. Ceci vaut en particulier si les $f_n(z)$ sont des quotients de produits canoniques de genre p, mais dans ce cas la convergence de $[1/\varphi(n)] \log |f_n(z)|$ sur un segment d'une demi-droite issue de O entraîne la convergence dans Π de la détermination considérée de $[1/\varphi(n)] \log f_n(z)$ s'il n'existe pas d'entier impair m tel que $|\theta| = m\pi/2(p+1)$, si $l > 0$, ou tel que $m\pi/2(p+1) \leqq |\theta| \leqq m\pi/2p$, si $l = 0$.

D'autre part la condition (a) peut être prise seulement pour $q = p$.

RELATIVITÉ. — *Définition covariante de la force.*
Note de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Considérons, avec les notations usuelles, les équations

$$\vec{\mathcal{F}}\, dt = d(m\vec{v}), \qquad \vec{\mathcal{F}}\, d\vec{M} = dW \tag{1}$$

de la dynamique du point; par elles la trajectoire du point M est déterminée en fonction de M_0 et de $\vec{v}_0$. Définissons alors arbitrairement un vecteur $\vec{K}$ appliqué à M, fonction des mêmes arguments que $\vec{\mathcal{F}}$, puis une force $\vec{F}$ par la formule

$$\vec{K} \wedge \vec{v} + \vec{F} = \vec{\mathcal{F}}; \tag{2}$$

la trajectoire de M, sous l'action de $\vec{F}$ et de la *coforce* $\vec{K}$ que nous lui avons appliquées, reste la même que sous l'action de la force totale $\vec{\mathcal{F}}$. La force $\vec{K} \wedge \vec{v}$ ne travaillant pas, les (1) deviennent

$$(\vec{K} \wedge \vec{v} + \vec{F})\, dt = d(m\vec{v}), \qquad \vec{F}\, d\vec{M} = dW; \tag{3}$$

cette forme est invariante par les transformations de $\vec{K}$ et de $\vec{F}$ respectant l'égalité (2).

Contrairement aux (1), les (3) jouissent de la covariance relativiste. Posant $x^4 = ict$, $p^u = mv^u$, $p^4 \equiv icm = iW/c$, puis

$$(4) \qquad F^{uv} = K^w, \qquad F^{u4} = icF^u \qquad (u, v, w = 1, 2, 3),$$

elles se transcrivent en effet suivant

$$(5) \qquad F^{ij}\,dx_j = dp^i \qquad (i, j, k, l = 1, 2, 3, 4);$$

la trajectoire δ Univers étant donnée, le tenseur antisymétrique *force d'Univers* F^{ij} n'est défini qu'à un tenseur additif près tel que $F'^{ij}\,dx_j = 0$.

Cette définition est cohérente avec celle du quadrivecteur densité de force $f^i\left[f^4 = i(\vec{f}.\vec{v})/c\right]$. Soit en effet $i c \delta u^l$ le quadrivecteur dual de l'élément trilinéaire $[dx^i\,dx^j\,dx^k]$; nous relierons F^{ij} à f^i par la formule

$$(6) \qquad F^{ij} = \iiint (f^i\,\delta u^j - f^j\,\delta u^i),$$

qui, dans le cas où la gouttelette δu^i est considérée simultanément, donne $\vec{K} = 0$, $\vec{F} = \vec{f}\,\delta u\ (\delta u = [dx^1\,dx^2\,dx^3])$.

La définition covariante de la force et l'introduction corrélative de la notion de *coforce* permettent d'escompter un progrès dans le traitement des problèmes de dynamique relativiste. Considérons par exemple un point matériel M soumis à la traction d'un fil qui, dans l'Univers, sera représenté par une courbe du genre espace; abstraction faite de son intensité, la force d'Univers appliquée à M par le fil ne peut être fonction que des deux quadrivecteurs n^i et $x'^i = dx^i/ds$ respectivement tangents en x^i au fil et à la trajectoire du point. Nous poserons alors

$$(7) \qquad F^{ij} = ic\lambda(n^i x'^j - n^j x'^i),$$

formule qui, $\vec{v}$ désignant la vitesse ordinaire du point et n la quantité n^4/ic, s'explicite suivant

$$\vec{K} = -\lambda\vec{n} \wedge \vec{v}\,x'^4, \qquad \vec{F} = \lambda(\vec{n} - n\vec{v})\,x'^4;$$

si le point est au repos, il vient, conformément à la notion classique de tension, $\vec{K} = 0$ et $\vec{F} = \lambda\vec{n}$.

Si m_0 désigne la masse propre du point, les quadrivecteurs p^i et x'^i sont reliés suivant $p^i = icm_0 x'^i$; introduisant le quadrivecteur *courbure d'Univers* $\rho^i \equiv x''^i$, la formule (5) peut s'écrire

$$(8) \qquad F^{ij} p_j = -m_0^2 c^2 \rho^i.$$

Abstraction faite de la relation cinématique existant entre les quadrivecteurs p^i et x'^i, la formule (5) relie univoquement au déplacement

virtuel d'Univers dx^i la variation d'impulsion masse dp^i, avec la conséquence $dx^i dp_i = 0$. Elle ne peut être inversée que si le déterminant $|F^{ij}|$ n'est pas nul; $\overline{F}^{ij}$ désignant le dual du tenseur F^{kl}, on a

$$4\sqrt{|F^{ij}|} = \overline{F}^{ij}\overline{F}_{ij}, \qquad 2\sqrt{|F^{ij}|} = ic(\vec{K}.\vec{F}).$$

Prenant une origine d'Univers arbitraire, et la sommation s'entendant par permutation circulaire, posons

$$(9) \qquad M^{ijk} = \frac{i}{c}\sum x^i F^{jk}, \qquad V^i = x_j F^{ij};$$

les trois M^{uvk} représentent le moment pondéromoteur généralisé

$$\vec{M} = \vec{x} \wedge \vec{F} - t\vec{K},$$

et V^4/ic est le viriel de la force $\vec{F}$.

En électromagnétisme, Q désignant une charge ponctuelle, le tenseur $F_0^{ij} = QH^{ij}$ n'est pas égal au tenseur F^{ij} défini d'après (6); mais, compte tenu de la symétrie du tenseur $j^k dx^l$, on montre sans peine que $(F^{ij} - F_0^{ij})dx_j = 0$. On voit que la formule de Lorentz a la forme que prend nécessairement l'extension relativiste de la formule de Galilée-Newton.

UNITÉS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES. — *Simplification des équations aux dimensions des grandeurs électriques et magnétiques.* Note de M. **Marius Tarbouriech**, présentée par M. Albert Pérard.

Les équations aux dimensions des grandeurs électriques ou magnétiques, obtenues avec les symboles L, M, T, P (ce dernier réprésentant la perméabilité, choisie comme 4e grandeur fondamentale), ont des exposants fractionnaires (1re colonne du tableau ci-après).

M. Brylinski a montré [1] que l'on pouvait simplifier ces équations en introduisant le symbole Q, représentant la quantité d'électricité, au lieu de la masse M, ce qui donnerait des équations en Q, L, T, P (2e colonne).

Nous avons remarqué qu'on pouvait les simplifier encore en introduisant simultanément la résistance R et l'intensité I, au lieu de Q et P, ce qui donnerait des équations en R, I, T, L (3e colonne).

Cette solution conduirait à un système, applicable aux calculs de l'électrotechnique, où les unités fondamentales seraient l'*ohm*, l'*ampère*, la *seconde* et le *mètre* et qu'on pourrait appeler le système O. A. S. M., *dans l'ordre où l'on rencontre le plus fréquemment ces unités dans les formules de définition des grandeurs électriques ou magnétiques.*

---

(1) *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 103.

Grandeurs.	Système classique en L, M, T, P.	Système en Q, L, T, P.	Système proposé en R, I, T, L.
Constante diélectrique	$L^{-2}T^{2}P^{-1}$	$L^{-2}T^{2}P^{-1}$	$R^{-1}TL^{-1}$
Perméabilité magnétique	P	P	RTL^{-1}
Capacité électrique	$L^{-1}T^{2}P^{-1}$	$L^{-1}T^{2}P^{-1}$	$R^{-1}T$
Résistance électrique	$LT^{-1}P$	$LT^{-1}P$	R
Coefficient d'induction	LP	LP	RT
Quantité d'électricité	$L^{1/2}M^{1/2}P^{-1/2}$	Q	IT
Intensité de courant	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}P^{-1/2}$	QT^{-1}	I
Force électromotrice ou différence de potentiel	$L^{1/2}M^{3/2}T^{-2}P^{1/2}$	$QLT^{-2}P$	RI
Champ électrique	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}P^{1/2}$	$QT^{-2}P$	RIL^{-1}
» magnétique	$L^{1/2}M^{-1/2}T^{-1}P^{-1/2}$	$QL^{-1}T^{-1}$	IL^{-1}
Induction magnétique	$L^{1/2}M^{-1/2}T^{-1}P^{1/2}$	$QL^{-1}T^{-1}P$	$RITL^{-2}$
Flux d'induction	$L^{1/2}M^{3/2}T^{-1}P^{1/2}$	$QLT^{-1}P$	RIT
Force magnétomotrice	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}P^{-1/2}$	QT^{-1}	I
Longueur	L	L	L
Vitesse	LT^{-1}	LT^{-1}	LT^{-1}
Accélération	LT^{-2}	LT^{-2}	LT^{-2}
Masse	M	$Q^{2}L^{-1}P$	$RI^{2}T^{3}L^{-2}$
Force	LMT^{-2}	$Q^{2}T^{-2}P$	$RI^{2}TL^{-1}$
Pression	$LM^{-1}T^{-2}$	$Q^{2}L^{-2}T^{-2}P$	$RI^{2}TL^{-3}$
Puissance	$LM^{2}T^{-3}$	$Q^{2}LT^{-3}P$	RI^{2}
Énergie	$LM^{2}T^{-2}$	$Q^{2}LT^{-2}P$	$RI^{2}T$

Les principaux avantages du système O. A. S. M. seraient les suivants :

1° Emploi des deux unités fondamentales *ohm* et *ampère* ayant servi de base à la définition des autres unités du système pratique;

2° Toutes les unités fondamentales ne comporteraient aucun préfixe;

3° Les symboles R, I, T, L sont familiers en électrotechnique;

4° Analogie souvent frappante entre les équations aux dimensions et les formules de définition des unités dérivées;

5° Réduction très importante du nombre de signes employés et suppression des exposants fractionnaires;

6° Reconnaissance immédiate de la catégorie à laquelle appartient la grandeur considérée :

a. Elle contient R, sans I. C'est une *constante physique* des circuits (1[re] partie du tableau);

b. Elle contient I avec l'exposant 1. C'est une *grandeur électrique ou magnétique* (2[e] partie du tableau).

c. Elle ne contient ni R, ni I. C'est une grandeur mécanique de la *cinématique* (3[e] partie du tableau).

d. Elle contient RI^{2}. C'est une grandeur mécanique de la *dynamique* ou de la *statique* (4[e] partie du tableau).

7° Il n'y aurait pas besoin de changer les unités fondamentales le jour où le système M.K.S. serait rationalisé. On sait que, dans ce cas, la perméabilité du vide deviendrait $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ au lieu de $\mu_0 = 10^{-7}$.

8° Ce système unique, identique au système M. K. S., représente, comme lui, tous les phénomènes électromagnétiques ou électrostatiques.

Remarque: — Il est bien entendu que, pour les problèmes de mécanique pure, il convient de conserver les symboles classiques L, M, T.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation du bore cristallisé pur et mesure de sa dureté*. Note [1] de MM. **Marcel Formstecher** et **Eugène Ryskevic**, présentée par M. Louis Hackspill.

Connu depuis 1808 par les travaux de Gay-Lussac, Thénard et David, le bore n'a été obtenu à l'état pur que 100 ans plus tard par Weintraub [2], qui a utilisé la réduction du trichlorure de bore par l'hydrogène dans l'arc électrique. Mais, aussi bien que les autres savants qui ont préparé du bore pur, tels que Kroll [3], Meyer et Zappner [4], Warth [5], Kahlenberg [6], van Arkel [7], il n'a obtenu qu'un produit terne, considéré par eux comme amorphe. Le prétendu *bore cristallisé* de Wöhler et Sainte-Claire Deville [8] étant constitué soit par du borure d'aluminium AlB^{12}, soit par un borocarbure $B^{44}C^2Al^3$ ou $3AlB^{12}.2B^4C$, Hackspill [9] et ses collaborateurs Stieber et Hocart [10] et dernièrement Cueilleron [11] ont réussi à démontrer, à l'aide du spectre de rayons X, que le bore pur obtenu par eux sous forme de baguettes était cristallisé, bien que sous le microscope on ne puisse déceler des cristaux bien nets.

Nous avons préparé du bore cristallisé sous forme de baguettes cylindriques titrant plus de 99 % de bore, en faisant passer de façon continue un mélange d'hydrogène et de vapeur de tribromure de bore sur un filament de tungstène, ou mieux de molybdène, de 0^{mm^2} chauffé électriquement entre 1250 et 1400° C. dans un tube de quartz. Pour une tension de 8-10 volts, l'intensité croît pendant l'essai de 10 à 16 ampères environ, le grossissement rapide de la baguette de bore nécessitant un fréquent réglage pour maintenir la température désirée. Avec une puissance

(1) Séance du 10 septembre 1945.

(2) *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 16, 1909, p. 165; *J. Ind. Chem.*, 5, 1911, p. 299; *ibid.*, 5, 1913, p. 106.

(3) *Dissertation T. H.*, Berlin, 1917.

(4) *Ber. d. chem. Ges.*, 54, 1921, p. 550.

(5) *Bull. Maryl. Acad. Sci.*, 3, 1923, p. 8; *Chem. Abstr.*, 17, 1923, p. 3116.

(6) *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 47, 1925, p. 23.

(7) *Chem. Zentralblatt*, I, 1927, p. 1880.

(8) *Ann. Phys. et Chim.*, 3e série, 52, 1858, p. 63.

(9) *Helv. Chim. Acta*, 16, 1933, p. 1110.

(10) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 776.

(11) *Ann. de Chim.*, 19, 1944, p. 459.

de 120 watts en moyenne on obtient de 80 à 100^{mg} de bore à l'heure. L'essai le plus long a donné 1225^{mg} en 14 heures, mais il semble qu'on puisse prolonger l'expérience, à condition d'éviter toute interruption de nature à provoquer la rupture du filament. En condensant les vapeurs de tribromure non décomposé, on n'a que des pertes négligeables.

Déjà Mayer et Zappner ([4]) et van Arkel ([7]) avaient employé le tribromure de bore de préférence au trichlorure, parce que sa dissociation thermique se produit plus facilement. Nous avons pu confirmer les avantages du tribromure de bore sur le trichlorure, sa réduction par l'hydrogène ayant lieu à une température bien inférieure et donnant un produit plus nettement cristallisé.

Nous avons reconnu que le carbure de bore B^4C [formule adoptée depuis les travaux de Ridgway ([12]) et Laves ([13])] peut être transformé, avec facilité, en bromure, au rouge sombre, dans un appareil analogue à celui de Meyer et Zappner ([4]), en laissant un résidu de carbone pulvérulent. Le carbure de bore est beaucoup plus pur que le bore de Moissan servant d'habitude à la préparation du bromure. On peut préparer le carbure facilement au laboratoire dans un four électrique à résistance, à partir d'un mélange d'anhydride borique et de noir de fumée.

Le bore a pu être séparé du noyau de molybdène à l'aide d'un mélange d'acide azotique dilué et d'eau oxygénée à 30 %, suivi d'un lavage à la soude caustique, puis à l'alcool, et d'un séchage à 80° C. Le molybdène se dissout complètement, sans que le bore soit altéré. Les surfaces des cristaux observés sous la loupe gardent tout leur éclat. L'examen spectroscopique du bore ainsi traité a démontré que la teneur en molybdène avait été ramenée à moins de 0,0045 %, quantité non dosable par voie chimique. Pour cette raison le molybdène est préférable au tungstène plus réfractaire au traitement à l'acide.

L'analyse chimique du bore ainsi séparé du noyau de molybdène a été faite après attaque par un mélange de 95 % de carbonate de soude et de potasse en quantité équivalentes et de 5 % de peroxyde de sodium. Deux échantillons ont donné 99,2 et 99,7 % de bore. Nous n'avons pas trouvé d'impuretés dosables.

Le bore obtenu par nous montre, sous une loupe à faible grossissement, des cristaux noirâtres atteignant jusqu'à 0^{mm},22 de grosseur, d'une densité à 20°C. de 2.34 $\pm$ 0,01, très brillants et ayant une dureté de 5000 kg/mm^2 en unités Vickers qui dépasse celle du carborundum SiC. Ces cristaux sont encore trop petits pour déterminer avec certitude le système cristallographique auquel ils appartiennent. Toutefois ils présentent souvent des

---

([12]) *Trans. Amer. Electrochem. Soc.*, 66, 1935, p. 117.

([13]) *Nachr. v. d. Ges. d. Wiss. Göttingen, Math. phys. Kl. Fachgr.*, IV, 1, 1934, IV.

faces rectangulaires et parfois même des parallélépipèdes à section plus ou moins carrée présentant le dispositif de marches d'escalier.

La dureté a été mesurée par la méthode microscopique selon Hanemann et Bernhardt ([14]). Une petite pyramide en diamant, sertie au centre de l'objectif du microscope, s'appuie sur la surface, polie, du corps à examiner, sous l'effet d'une charge connue et variable (par exemple 50 ou 100^g pour des corps très durs). De la surface de l'empreinte ainsi obtenue, mesurée au microscope, et de la charge appliquée pour produire cette empreinte, on calcule la dureté en unités Vickers kg/mm^2. A titre comparatif mentionnons la dureté du saphir blanc : 3000 kg/mm^2, du carborundum 4200 kg/mm^2, du bore : 5000 kg/mm^2 et du carbure de bore : 7000 kg/mm^2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation des benzylcyclanols par action de la potasse benzylique sur les cyclanones.* Note de MM. **Pierre Mastagli**, **Antoine Charreire** et Mlle **Paulette Lambert**, présentée par M. Marcel Délépine.

L'un de nous, en collaboration avec L. Palfray et S. Sabetay ([1]), a montré que la potasse benzylique exerçait une influence réductrice et condensatrice sur les aldéhydes aliphatiques, si bien qu'à partir d'un aldéhyde linéaire de formule générale $R.CH^2.CHO$, on obtient toujours une condensation du radical benzyle et une réduction de la fonction aldéhyde, pour aboutir aux alcools de forme $C^6H^5.CH^2.CH(R).CH^2OH$.

Cette condensation se fait par l'intermédiaire de l'aldéhyde benzoïque qui prend naissance au cours de la réaction :

$$C^6H^5.CH\vdots O + H^2\vdots C(R).CHO \rightarrow C^6H^5.CH{=}C(R).CHO + H^2O.$$

La double réduction de la liaison éthénique ainsi créée et de la fonction aldéhyde ne s'effectue que plus tard, pour aboutir à un alcool saturé. Elle se fait aux dépens de l'alcool benzylique, qui passe à l'état d'aldéhyde :

$$2C^6H^5.CH^2OH + C^6H^5.CH{=}C(R).CHO \rightarrow 2C^6H^5.CHO + C^6H^5.CH^2.CH(R).CH^2OH.$$

L'aldéhyde formé disparaît pour donner, par la réaction de Cannizzaro, de l'acide benzoïque et de l'alcool benzylique :

$$2C^6H^5.CHO + KOH \rightarrow C^6H^5.COOK + C^6H^5.CH^2OH.$$

L'action de la potasse benzylique sur les cyclanones semble conduire au même cycle de réactions, car on remarque les mêmes phénomènes de condensation et de réduction, si bien qu'on aboutit à des cyclanols mono- et dibenzylés.

([14]) *Zeits. Metallkunde*, 32, 1940, p. 35.

([1]) L. Palfray, S. Sabetay et P. Mastagli, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1523.

Prenons l'exemple de la cyclohexanone; il y a d'abord en très faible proportion un simple échange fonctionnel :

(I) $$\langle\;\rangle CO + C^6H^5.CH^2OH \xrightarrow{KOH} \langle\;\rangle CHOH + C^6H^5.CHO$$

Puis par aldolisation, suivie de crotonisation, de l'aldéhyde benzoïque sur la cétone en excès, on obtient la monobenzylidène et la dibenzylidène cyclohexanone :

(II) $$\langle\;\rangle CO + C^6H^5.CHO \rightarrow \langle\;\rangle CO\ (C{=}CH.C^6H^5) + H^2O$$

(III) $$\langle\;\rangle CO + 2C^6H^5.CHO \rightarrow (C{=}CH.C^6H^5)\langle\;\rangle CO\ (C{=}CH.C^6H^5) + 2H^2O$$

La réduction des liaisons éthyléniques et de la fonction cétone conduit au benzyl-2 et au dibenzyl, 2-6 cyclohexanols.

(IV) $$\langle\;\rangle CO\ (C{=}CH.C^6H^5) + 2C^6H^5.CH^2OH \rightarrow \langle\;\rangle CHOH\ (CH.CH^2.C^6H^5) + 2C^6H^5.CHO$$

$$(C{=}CH.C^6H^5)\langle\;\rangle CO\ (C{=}CH.C^6H^5) + 3C^6H^5.CH^2OH \rightarrow (CH.CH^2.C^6H^5)\langle\;\rangle CHOH\ (CH.CH^2.C^6H^5) + 3C^6H^5.CHO$$

Pour aboutir au terme cyclohexanol, une ébullition d'une heure entière à 200-202° est nécessaire; mais, si l'on arrête la réaction après 5 minutes, on isole alors aisément la monobenzylidène ainsi que la dibenzylidène cyclohexanone. Et ceci nous garantit que les équations (II), (III) et (IV) sont des étapes de la réaction.

En plus des alcools correspondant aux cétones mises en œuvre, voici les produits de condensation obtenus et les constantes observées après cristallisation dans l'éther de pétrole léger (É 50-70°) :

A partir de la cyclohexanone.

a. Benzyl-2 cyclohexanol ([2]) .... $É_{11}$ 153-155° F 77°
b. Dibenzyl-2.6 cyclohexanol ([3]) .... $É_{11}$ 240-245° F 124°

A partir de la méthyl-2 cyclohexanone.

Méthyl-2 benzyl-6 cyclohexanol .... $É_{14}$ 174-176° F 96°

A partir de la méthyl-4 cyclohexanone.

a. Méthyl-4 benzyl-2 cyclohexanol.................. $É_{12}$ 161-165° F 81°
b. Méthyl-4 dibenzyl-2.6 cyclohexanol............ $É_{12}$ 237-242° F 156°

([2]) J. W. Cook, C. L. Hewett et C. A. Lawrence (*J. Chem. Soc.*, 1936, p. 75) indiquent F 76°,5-77°,5.

([3]) R. Cornubert, M. André et M. de Demo (*Bull. Soc. Chim*, 6, 1939, p. 122) donnent F 123°.

A partir du camphre.

Benzyl-bornéol .... $É_7$ 172°

Liquide visqueux qui, par oxydation, fournit le benzyl-camphre dont l'oxime F 128° est bien connue ([4]).

A partir de la cyclopentanone.

Dibenzyl-2.5 cyclopentanol ([5]).......................... $É_{10}$ 210-215° F 127°

Nous nous proposons de compléter ces résultats en les étendant aux cétones linéaires et en étudiant l'action de l'alcool benzylique en présence de baryte sur les aldéhydes et les cétones.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Cryoscopie dans le p-azoxyanisol.* Note ([1]) de M. **Georges Dupont** et Mme **Odette Lozac'h**, présentée par M. Marcel Delépine.

Des tentatives ont été faites en vue d'utiliser le passage de la phase nématique à la phase liquide isotrope des corps mésomorphes pour la détermination des poids moléculaires. Auwers et Smith ([2]), en particulier, ayant trouvé, pour le *p*-azoxyanisol à des concentrations de l'ordre de 1 %, des abaissements moléculaires du point de transformation variant entre 480 et 830, ont rejeté la méthode comme inapplicable.

De Cock ([3]) a montré, de son côté, avec le *p*-azoxyanisol, que, lorsque la phase nématique est en équilibre avec une solution isotrope de concentration c_1, elle est, elle-même, une solution de concentration c_2. L'abaissement Δt du point de transformation est alors donné par la formule de Rothmund ([4])

$$\Delta t = \frac{0{,}02\,T^2}{L}(c_1 - c_2). \qquad (1)$$

L'abaissement moléculaire $K_e = \Delta T / c_1 M$ peut donc différer largement de la constante de van't Hoff ($K = 0{,}02\,T^2/L$), à laquelle il est lié par la relation

$$K_e = K\,\frac{c_1 - c_2}{c_1}.$$

([4]) A. Haller (*Comptes rendus*, **140**, 1905, p. 127), par chauffage en tube scellé du camphre avec le benzylate de sodium, a obtenu du benzyl camphre. Le benzylate de potassium ne nous a fourni, au contraire, que du benzyl bornéol.

([5]) R. Cornubert, M. André et M. de Demo (*Bull. Soc. Chim.*, **6**, 1939, p. 133) ont obtenu F 127°.

([1]) Séance du 19 novembre 1945.

([2]) *Zeits. für Phys. Chem.*, **32**, 1900, p. 58.

([3]) *Ibid.*, **48**, 1904, p. 129.

([4]) *Ibid.*, **24**, 1898, p. 705.

Nous avons cru utile de reprendre ces déterminations en nous efforçant d'accroître la précision des mesures et d'obtenir les valeurs limites. Nos résultats, rassemblés dans le tableau ci-dessous, montrent que les abaissements moléculaires sont généralement très variables avec la concentration et que, pour une même concentration de 1,2 %, on retrouve, pour les divers corps dissous, les différences considérables signalées par Auwers (414 à 783).

Mais, par contre, *les valeurs limites* K_e, *calculées par extrapolation, sont, pour les 5 premiers corps étudiés, les mêmes aux erreurs d'expériences près* ($K_e = 800 \pm 20$).

Corps dissous.	Concentration c (%).	Δt (°).	$\frac{\Delta t}{c}$.	K_e.
Acide benzoïque	limite	–	**6,4**	**782**
($M = 122$)	0,405	2,15	5,3	646
	0,865	3,60	4,16	508
	1,225	4,25	3,38	414
Naphtol	limite	–	**5,7**	**821**
($M = 144$)	0,465	2,40	5,16	745
	0,802	3,75	4,68	675
	1,010	4,50	4,45	640
Benzophénone	limite	–	**4,5**	**819**
($M = 182$)	0,260	1,12	4,3	–
	0,410	1,72	4,2	748
	0,580	2,30	3,96	726
	0,706	2,60	3,68	670
	1,000	4,0	4,0	730
	1,280	5,65	4,31	783
C^6H^5—CO—CH^2OH...	limite	–	**5,80**	**790**
($M = 136$)	0,587	2,70	4,65	632
	0,820	3,50	4,25	578
	0,940	3,75	4,0	544
Phénanthrène.........	limite	–	**4,44**	**790**
($M = 178$)	0,745	2,70	3,62	642
	0,882	3,06	3,46	615
	1,020	3,50	3,33	591
Triphénylméthane.....	limite	–	**6,4**	**1560**
($M = 244$)	0,476	2,68	5,64	–
	0,833	3,94	4,73	–
	1,226	5,50	4,49	1093

Notons en passant que, de ces résultats, il faut conclure que le coefficient de partage c_2/c_1 du corps dissous entre la phase nématique et la phase liquide est généralement indépendant de la nature du corps dissous pour les très faibles concentrations.

Notons aussi que le triphénylméthane donne un chiffre limite sensiblement double; ici, comme d'ailleurs pour la cryoscopie ordinaire, des anomalies existent, dont il sera toujours prudent de se méfier.

Sur ces résultats, nous avons établi une méthode microscopique qui nous paraît susceptible de rendre de grands services.

En principe cette méthode sera voisine de celle décrite par Rast ([5]) pour le camphre : après pesée des corps, dans un très petit tube, à la microbalance, la dissolution est faite par fusion, agitation et brusque refroidissement; une parcelle est introduite dans un tube capillaire, qui est scellé puis fixé, avec un tube identique contenant le solvant pur, au réservoir d'un thermomètre au 1/20. On opérera ensuite comme pour une détermination ordinaire du point de fusion.

Mais la détermination du point de transformation est plus aisée et beaucoup plus précise que celle d'un point de fusion : la phase nématique est caractérisée par une opalescence qui disparaît de façon très nette au moment où la température dépasse le point de transformation et reparaît sans retard par refroidissement. Il est donc possible, ici, de reprendre plusieurs fois les déterminations dans les deux sens, jusqu'à ce qu'elles coïncident à 0°,1 près. Il faudra, en général, 3 déterminations à des concentrations différentes, exigeant, au total, 5^{dg} de solvant et 5^{mg} du corps à étudier.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de nouvelles isonitroso-cétones.* Note de M. **Pierre Fréon**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les isonitroso-cétones connues jusqu'ici sont presque toutes des monooximes de dicétones, R.C.(=NOH).CO.R′, et non d'aldéhydes-cétones, R.CO.CH=NOH.

En effet la nitrosation directe de cétones du type $R.CH^2.CO.CH^3$, par divers agents de nitrosation, porte toujours sur le groupement CH^2 voisin de la fonction cétone, de préférence à l'atome de carbone en bout de chaîne, conduisant ainsi aux isonitroso-cétones du type $R.C(=NOH).CO.CH^3$.

D'autre part la nitrosation et le dédoublement de l'acétylacétate d'éthyle et de ses homologues α-substitués, $CH^3.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5$ et $CH^3.CO.CH(R).CO^2C^2H^5$, conduit aussi à des isonitroso-cétones $CH^3.CO.CH{=}NOH$ et $CH^3.CO.CR{=}NOH$, le premier terme, l'isonitroso-acétone, étant seul une oxime d'aldéhyde.

Par nitrosation et dédoublement des esters β-cétoniques à chaîne linéaire $R.CO.CH^2.CO^2.C^2H^5$, nous avons obtenu des isonitroso-cétones du type général R.CO.CH=NOH, dont on ne connaissait jusqu'ici que le premier terme.

Caproyl-acétate d'éthyle. — Ce composé a été préparé par la méthode de Moureu et Delange ([1]), à partir de l'octynoate de méthyle.

([5]) *Ber. d. chem. Ges.*, 55, 1922, pp. 1051, 3727.

([1]) *Bull. Soc. Chim.*, 29, 1903, p. 666.

Nous l'avons nitrosé de la façon suivante : 62g de caproyl-acétate d'éthyle, fraîchement distillés, sont dissous dans 770cm³ d'eau, avec 22g de potasse caustique, en agitant quelques minutes. Après 24 heures environ, on extrait à l'éther pour enlever un peu de méthyl-amyl-cétone, puis on ajoute 26g,6 de nitrite de sodium dissous dans 80cm³ d'eau. On acidifie par de l'acide sulfurique à 20 %, en refroissant vers + 1 à + 3°. L'extraction à l'éther donne un produit solide qu'on essore après un refroidissement énergique. Il se sépare ainsi un peu d'huile constituée, en majeure partie, par de la méthyl-aryl-cétone dont il est difficile d'éviter la formation. Après cristallisation dans l'éther de pétrole additionné d'un peu d'éther, le produit solide fond à 39°.

Les analyses correspondent à la formule $C^7H^{13}O^2N$, et l'on peut obtenir les dérivés de la fonction cétone : oxime (F 122-123°), semicarbazone (F 174°,5).

D'autre part le produit obtenu diffère bien de l'isonitroso-cétone $C^4H^9.C(=NOH).CO.CH^3$, que nous avons préparée en nitrosant la méthyl-amyl-cétone, au moyen du nitrite d'éthyle. En effet ce dernier corps fond à 58°, et le mélange des deux produits est liquide à la température ordinaire.

On est donc bien en présence de l'isonitroso-cétone $C^5H^{11}.CO.CH=NOH$, et le rendement, qui est couramment de 50 à 60 %, peut atteindre 85 à 90 % quand on part d'un caproyl-acétate d'éthyle venant d'être distillé.

Œnanthoyl-acétate d'éthyle. — Préparé par la même méthode, à partir du nonynoate de méthyle, ce composé a été nitrosé dans les mêmes conditions que précédemment. Après extraction à l'éther et expulsion de ce solvant, en terminant dans le vide, on obtient une huile qui ne cristallise pas à — 18°. Elle est vraisemblablement formée d'un mélange de l'isonitroso-cétone prévue et de méthyl-hexyl-cétone, qui se forme toujours dans la réaction. Sa teneur en azote est de 7,3 % (calculé, pour l'oxime $C^6H^{13}.CO.CH=NOH$, 8,92 %). En admettant que toutes les impuretés soient des produits non azotés, ce chiffre correspond à une teneur de 80 % en produit pur et le rendement, compte tenu de cette proportion, serait de 70 %.

Purification. — La distillation étant impossible sans décomposition, nous avons dissous le produit brut dans un léger excès d'une solution aqueuse de soude caustique à 10 %. Après agitation mécanique pendant une heure, et un repos d'une nuit, la solution est extraite plusieurs fois à l'éther. On enlève ainsi un peu de méthylhexylcétone, correspondant à un rendement de 5 à 6 % environ, et un peu d'une résine indistillable.

En acidifiant par l'acide sulfurique à 20 % (en refroidissant en dessous de + 5°), puis en extrayant à l'éther, on obtient un nouveau produit huileux, mais qui, cette fois, cristallise et fond entre + 13 et + 15°. La teneur en azote (8 %) correspond à un produit renfermant 90 % de l'oxime prévue. Le rendement, compte tenu de ce pourcentage, est de 50 %.

Ce produit brut donne, avec de bons rendements, les dérivés attendus,

oxime et semicarbazone, dont les points de fusion sont respectivement de 123-124° et 167°,5.

Dans le but d'isoler cependant l'isonitrosocétone pure, nous avons fait recristalliser le produit fondant à +13-15°. Cette opération ne s'effectue qu'avec de mauvais rendements, en raison du bas point de fusion, et de la grande solubilité de ce produit dans tous les solvants organiques usuels. Nous avons pu cependant, après plusieurs cristallisations dans l'éther de pétrole additionné de très petites quantités d'éther, obtenir l'isonitrosocétone pratiquement pure (8,81 % d'azote). Son point de fusion est alors de 24°.

Nous nous proposons de poursuivre ces travaux, tant pour la préparation d'autres isonitrosocétones, en série grasse ou aromatique, que pour l'emploi de ces isonitrosocétones à diverses synthèses.

PÉDOLOGIE. — *Observations sur les sols de l'Anjou.*
Note de M. **Georges Aubert**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

Les sols des environs d'Angers présentent, dans un rayon de 50^km^ autour de cette ville, les types les plus différents depuis les sols bruns jusqu'aux podzols humiques. Les roches qui affleurent dans cette région sont elles-mêmes très variées : schistes à produits de décomposition, les uns très argileux, les autres plus graveleux, grès, sables, argiles à meulières, limons, marnes et calcaires, granite. En même temps les conditions climatiques varient profondément d'un point à un autre; la pluviométrie annuelle, voisine de 600^mm^ à Angers, passe à 700^mm^ à Saumur.

A Angers, les sols, formés surtout sur schistes, sont caractérisés par la grande homogénéité de leur profil. Ce sont des sols bruns. On les observe par exemple aux Gaubourgs, à 3^km^ de la ville, sur schistes précambriens assez argileux. Épais de 60 à 80^cm^, ils ne comportent qu'un seul horizon, un peu plus humifère, seulement, à son sommet.

Même sur les sables siliceux assez grossiers du Sénonien, les processus de podzolisation peuvent être peu accentués. Au moulin des Enréculés, à 2^km^ Nord-Ouest de Gennes-sur-Loire, il n'existe qu'un sol lessivé. Sur ce plateau autrefois boisé (les bois de Saint-Georges-des-Sept-Voies ne sont qu'à quelques centaines de mètres), mais actuellement cultivé, l'horizon d'accumulation du sol est très peu épais, presque réduit à une simple ligne plus riche en fer.

Sur des sables très semblables, dans les bois de Coutures et de Saint-Saturnin, entre Gennes et Angers, le sol est du type légèrement podzolique.

A la sortie Est de Baugé, ces mêmes sables ont donné naissance, dans une zone actuellement déboisée, à un podzol présentant un alios peu développé, en dessous d'un horizon à structure cendreuse très caractéristique. Plus à l'Est, aux approches de Saumur, la podzolisation est plus accentuée. Ainsi, à Vernantes, au nord de cette ville, le sol formé sur ces sables et sous bois de pins

maritimes, chênes sessiles et châtaigniers surmontant des bruyères (*Erica Cinerea* et *Calluna vulgaris*) et des fougères (*Pteris Aquilina*), est un podzol humique. Son horizon d'accumulation humique présente une épaisseur de 15^{cm} sous un horizon cendreux de près de 20^{cm}. En dessous apparaissent quelques concrétions d'alios humoferrique.

Une autre roche mère assez répandue dans cette région est le grès armoricain. Il a donné naissance, à Bécon-les-Granite, à l'ouest d'Angers, à un sol podzolique; à Angers même (étang de Saint-Nicolas) et plus au Sud-Est, sur la route de Quincé-Brissac, à un sol légèrement podzolique.

Sur les limons des plateaux se sont formés, à quelques kilomètres à l'ouest de Gennes-sur-Loire, un sol brun légèrement lessivé aux horizons peu différents les uns des autres et, plus au sud, entre Maulévrier et Les Gardes, à la Marcellière de Chemillé, un sol lessivé, où la podzolisation, faible encore, est cependant plus nette.

Dans le tableau ci-contre nous avons comparé la pluviométrie annuelle aux différents points dont les sols viennent d'être indiqués : pour une même roche mère, le degré de podzolisation croît dans le même sens que l'importance des pluies.

Nous avons montré précédemment, avec S. Hénin [1], qu'un classement des différents types de sols suivant leur mode d'évolution peut être obtenu d'après la valeur de leur drainage D, calculé en fonction de la pluviométrie annuelle P, et de la température moyenne selon la formule $D = \gamma P^3/(1 + \gamma P^2)$, où $\gamma = 1/(0{,}15T - 0{,}13)$. La valeur de γ ainsi obtenue n'est valable que pour des sols de pérméabilité moyenne. Pour des sols très perméables, il doit être affecté d'un coefficient compris entre 1 et 2 [1].

Enfin l'étude systématique de ce drainage dans les divers types de sols aux différents points du globe nous a permis de montrer que la podzolisation ne se développe dans un sol que pour un drainage calculé supérieur à 200^{mm} [1].

En résumant nos nouvelles observations, nous obtenons le tableau ci-après [2] :

Ainsi, de même que les données climatiques générales permettent d'expliquer la répartition des grands types de sols à la surface du globe, de même les caractères des microclimats locaux peuvent servir de base à la classification détaillée de ceux que l'on observe en une région, même peu étendue. Ce microclimat est l'un des facteurs essentiels de la formation et de l'évolution des sols en chaque point. Il peut être caractérisé par la valeur qu'y prend le drainage, calculé en fonction de la pluviométrie annuelle et de la température moyenne en ce lieu, ainsi que de la perméabilité de la roche mère du sol.

---

(1) Cf. *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 330.

(2) La pluviométrie annuelle adoptée ici est la moyenne de 1891 à 1930. Dans toute la région étudiée, la température moyenne reste assez constante et voisine de 11°,8. Tous ces renseignements climatiques nous ont été aimablement fournis par M. Sanson.

Emplacement.	Pluviométrie annuelle (mm).	Drainage (mm) calculé.	Drainage (mm) des sols sableux.	Sols sur sables siliceux.	Sols sur grès.	Sols sur limon.	Sols sur schistes.
Gennes-sur-Loire	561	90	155	Sol lessivé	–	Sol brun légeremnt lessivé	–
Angers	620	128	192	–	Sol légèrnt podzolisé	–	Sol brun
Chemillé, Les Gardes	660	140	–	–	–	Sol lessivé	–
Chemillé, Maulévrier	676	147	–	–	–	Sol lessivé	–
Baugé	678	148	243	Podzol	–	–	–
Bécon-les-Granites	690	155	253	–	Sol podzolique	–	–
Vernantes (Saumur)	701	160	261	Podzol humique	–	–	–

L'intensité de la podzolisation est liée, dans un sol, à celle de son drainage. Elle n'est importante que si ce dernier est supérieur à 190 ou 200^{mm}.

GÉOLOGIE. — *Un argument décisif contre la théorie des translations continentales.* Note de MM. **Alexandre Dauvillier** et **Pierre Henry**.

On sait que les géologues sont partagés par deux grandes doctrines fondamentalement opposées : la théorie de la permanence des bassins océaniques et celle des translations continentales, développée par Taylor, puis par A. Wegener. Cette dernière offre une si facile interprétation de maints phénomènes paléogéographiques et paléoclimatiques qu'elle est encore défendue par de nombreux partisans.

Pour le géophysicien, l'hypothèse des translations continentales paraît insoutenable à de multiples points de vue et, s'il pouvait être établi que certains traits fondamentaux de la face de la Terre ont subsisté inchangés, durant toutes les périodes géologiques, par exemple, sous un aspect géométrique caractéristique, cette théorie serait définitivement ruinée.

Or J. E. Spurr (1) a montré, en 1923, que les gîtes américains d'argent se plaçaient d'une manière remarquable sur un grand cercle orienté du nord-ouest au sud-est, partant des Montagnes Bleues, sur le littoral occidental de l'Amérique du Nord, et aboutissant au Rio de la Plata, dans l'Amérique du Sud. Cette ligne, longue de plus de 10000^{km}, traverse l'océan Pacifique à l'ouest de l'isthme de Panama, par des fonds de plus de 4000^{m}, des chaînes de montagnes et des contrées d'âge et de nature géologiques les plus divers. Elle ne se révèle par aucun signe extérieur. Elle marque donc le lieu d'une immense

(1) *The Ore Magmas*, 2 vol., 915 p., New-York, 1923.

fracture, profonde et rectiligne, de la croûte terrestre, ayant donné issue aux émanations qui ont constitué les gîtes argentifères.

Cette faille, qui possède donc un caractère primitif, est antérieure aux âges géologiques et apparaît comme une fissure radiale, provoquée par le refroidissement de la croûte durant l'ère cosmique.

Elle est analogue aux fractures encore visibles sur la Lune et aux canaux de Mars, et elle fournit aussi un nouvel argument en faveur de l'hypothèse présentée par l'un de nous ([2]) attribuant le relief fondamental du Globe (bassins océaniques, fosses méditerranéennes, guirlandes) à un mécanisme identique à celui ayant donné naissance au relief lunaire.

La conservation d'un tel alignement à travers tous les âges géologiques est incompatible avec toute dérive partielle des aires continentales, même de très faible amplitude, et confirme définitivement la théorie de la permanence des grands traits de la face de la Terre.

GÉOLOGIE. — *Les rivières de l'Argonne au quaternaire.*

Note de M. **Robert Tilloy**, présentée par M. Charles Jacob.

Trois bassins hydrographiques se partagent la région d'Argonne (feuilles de Bar-le-Duc, Verdun, Mézières) : 1° La Meuse et son affluent de rive gauche la Bar; 2° l'Aisne, qui coule à la limite ouest du massif gaizeux d'Argonne, reçoit sur sa rive gauche quelques petits affluents et sur sa rive droite l'Aire. Cette dernière longe le versant est de l'Argonne, qu'elle traverse brusquement à la latitude de Grandpré; 3° la Marne, qui ne nous intéresse que par son affluent de rive droite, la Saulx, grossie de l'Ornain, de la Chée et de la Vière. Ces rivières, dans la partie inférieure de leurs cours, coulent dans une large plaine alluviale commune.

L'étude de l'Aisne, de l'Aire et de leurs rapports avec les terrasses fait apparaître des anomalies : *a.* l'Aisne, de sa source à Sainte-Ménehould, coule dans une large plaine alluviale dont presque toutes les hauteurs environnantes sont coiffées de terrasses très largement étendues. Plus en aval, ces dépôts fluviatiles perdent de l'importance et finissent par disparaître complètement. Dans la région du Perthois, l'Aisne et son affluent l'Ante ne sont séparés des bassins de la Chée et de la Vière que par de faibles ondulations de terrains couronnées de terrasses; *b.* l'Aire, en amont de Clermont, ne possède pas de terrasses; celles-ci apparaissent en aval et prennent de plus en plus d'ampleur, pour cesser brusquement d'accompagner l'Aire, lorsque celle-ci franchit l'Argonne, et se prolonger par contre vers le Nord, gagner la vallée de la Bar et finalement se raccorder aux alluvions meusiennes.

([2]) A. Dauvillier, *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 452.

Deux hypothèses peuvent expliquer ces anomalies : 1° l'Aire se jetait primitivement dans la Meuse et fut captée par la suite par l'Aisne actuelle au niveau de Grandpré (idée émise par Davis, 1895). Son cours se reconstitue facilement grâce aux anciennes terrasses, et son ancienne vallée est empruntée par la Bar d'une part, par l'Agron d'autre part. La vallée de la Bar, très large, est disproportionnée au faible débit de cette rivière. Il est curieux de noter que, encore actuellement, l'Agron est relié à la Bar par une série de canaux artificiels et naturels (région de Buzancy). 2° Dans la région située à la bordure sud-ouest de l'Argonne, coulait, du *Nord vers le Sud*, une rivière qui se jetait dans la Marne et qui a laissé les alluvions attribuées à tort à l'Aisne et à l'Ante. L'Aisne, telle que nous la connaissons actuellement, n'aurait pris naissance que plus tard, à la fin du Quaternaire. Vers le Sud les terrasses anciennes s'emboîtent dans celles de la Chée et de la Vière et conduisent naturellement à la Marne.

Les profils actuels de l'Aisne, de la Vière, de l'Aire, de la Bar et de l'Agron confirment ces hypothèses. Les terrasses anciennes de la vallée de l'Aire sont à une altitude supérieure à celle du seuil topographique séparant l'Agron de la Bar. Il est probable que les alluvions attribuées à tort à la Bar ne sont en réalité que des terrasses de l'Aire primitive. De même les terrasses de la vallée de l'Aisne restent sensiblement à la même cote, qu'elles dominent l'Aisne, l'Ante ou la Vière, cote plus élevée que la ligne de partage des eaux, constituée elle-même par des alluvions anciennes. De plus des galets de gaize existent dans les terrasses de part et d'autre de l'Ante. Or la falaise sud de l'Argonne est due à un changement de faciès, la gaize faisant place à des argiles. Il faut bien, pour expliquer la présence de ces galets gaizeux, admettre des apports alluvionnaires venus du Nord.

Essayons de reconstituer l'histoire de cette région au Quaternaire. Les anciennes terrasses contiennent à la fois des restes de faune chaude et de faune froide, tels que l'*Elephas primigenius*. Ce n'est donc qu'après l'apparition de celui-ci que l'on peut envisager le changement de direction de l'Aisne et la capture de l'Aire. Les basses terrasses normales existent dans les basses vallées de la Chée, de la Vière et de la Bar, mais manquent dans celles de l'Aisne et de l'Aire. C'est donc au plus tôt pendant la période de creusement qui a suivi la formation des moyennes terrasses que peuvent s'être produits ces phénomènes. La présence d'une faune froide très nette dans les alluvions anciennes de la Grèverie de Sainte-Ménehould reporte même cette date au début de la formation des basses terrasses. L'ancienne rivière, coulant du Nord vers le Sud, n'a pas continué à creuser sa vallée après la formation des moyennes terrasses, mais a déposé ses alluvions les unes sur les autres, superposant faune froide sur faune chaude, puis a cessé de couler, sa pente devenant nulle. C'est alors seulement que l'Aisne a pris naissance et a drainé les eaux vers le Nord, puis capté l'Aire. Cette époque correspond à la fin de l'Acheuléen et

au Moustérien. C'est sensiblement la date de la capture de la Moselle par la Meurthe.

Des plis posthumes sont probablement la cause de ces phénomènes : 1° à la traversée de l'Ardenne par la Meuse, un mouvement positif compense l'abaissement général des niveaux de la base; la Seine et la Meurthe ont accru leurs bassins au détriment de celui de la Meuse; 2° un autre pli posthume d'axe Est-Ouest, à la latitude de Noirlieu et comparable à celui de Valmy, expliquerait le renversement de l'Aisne vers le Nord.

Les terrasses anciennes, n'étant plus solidaires de l'Aisne et de l'Aire actuelles, ne doivent être étudiées que par leur altitude absolue et leur raccordement aux alluvions de la Marne et de la Meuse. Le passage continu d'une faune chaude ancienne à une faune froide moderne dans les mêmes dépôts s'explique par le fait que ces alluvions ne correspondent pas à une terrasse déterminée, mais à un ensemble de terrasses superposées. Il ne faut plus s'étonner en préhistoire de trouver à des altitudes sensiblement les mêmes des industries d'époques différentes. Du point de vue géologique enfin, les faits interprétés ci-dessus tendent à montrer que les plis posthumes du Bassin de Paris ont joué, au moins localement, jusqu'à une date extrêmement récente.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Comparaison entre diverses formules reliant l'écoulement et les précipitations.* Note de MM. **Stéphane Hénin** et **Lucien Turc**, présentée par M. Emmanuel de Martonne.

L'un de nous a établi avec l'aide de divers collaborateurs [1], [2] que l'écoulement [3] (D) et le déficit d'écoulement (E) observés soit dans des cases lysimétriques, soit dans des bassins fluviaux, pouvaient être calculés à partir des précipitations (P) par les formules

$$\text{(I)} \qquad D = \frac{\gamma P^3}{1+\gamma P^2},$$

$$\text{(II)} \qquad E = \frac{P}{1+\gamma P^2},$$

$$\text{(III)} \qquad \gamma = \frac{1}{0,15\,T - 0,13},$$

P, E, D exprimés en mètres, T température moyenne annuelle en degrés centigrades.

Nous avons constaté que ces formules étaient encore valables pour le calcul du débit mensuel ou bimensuel, moyennant quelques modifications de (γ);

---

(1) S. Hénin et J. Ternisien, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 80-82.

(2) S. Hénin et M. Godard, *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 559-560.

(3) Rappelons qu'en agronomie on a l'habitude de considérer que l'écoulement est égal au drainage et le déficit d'écoulement à l'évaporation.

dans le cas étudié plus loin, débit des cases de Rothamsted, nous prendrons

$$(IV) \qquad \gamma = \frac{1}{0,1\,T - 0,2}\, n^2$$

$n = 12$, pour le calcul du débit mensuel.

Cependant d'autres formules ont été proposées, qui rendent compte également des résultats; c'est ce point particulier que nous examinerons.

On trouve fréquemment des formules, reliant l'écoulement aux précipitations dans un lieu donné, de la forme

$$(V) \qquad D = AP - \text{const.}$$

L'accord des deux types de formules s'explique aisément si l'on considère que les variations de la pluviosité dans un lieu donné sont relativement faibles, ce qui permet de remplacer la courbe par sa tangente de pente A. Notons que sous les climats humides, A est souvent supérieur à 1, ce qui est conforme à nos résultats; la formule I montrant que $dD/dP > 1$ pour $P > 1/\sqrt{\gamma}$.

Il existe des accords plus frappants. Crowther [4] a montré que l'on pouvait calculer approximativement l'écoulement mensuel des cases lysimétriques de Rothamsted à l'aide de la formule

$$(VI) \qquad D = 1,112P - 0,318T - 0,77.$$

T en degrés centigrades, P et D en centimètres. Nous allons établir cette formule en partant de notre formule (I) et en prenant pour γ la valeur (IV).

Le calcul montre que pour $dD/dP = 1,112$, on a

$$(VII) \qquad P_a = 1,42(1/\sqrt{\gamma}).$$

L'établissement d'une relation de la forme $D = 1,112(P - P_0)$ nécessite la détermination de la valeur de P_0. Or $P_0 = P_a(-D_a/1,112)$, D_a étant l'écoulement correspondant à P_a.

En remplaçant P par sa valeur (VII) dans la formule (I), il vient

$$D_a = 0,95\frac{1}{\sqrt{\gamma}},$$

d'où $P_0 = P_a - (0,95/1,112\sqrt{\gamma}) = 0,565/\sqrt{\gamma}$. Si l'on exprime P en centimètres, $P = 56,5/\sqrt{\gamma}$.

Mais, pour le mois, $1/\sqrt{\gamma} = (1/12)\sqrt{0,1\,T - 0,2}$. Si l'on calcule cette valeur pour T variant de 3 à 16°, amplitude moyenne de variation de la température à Rothamsted, on a approximativement $12/\sqrt{\gamma} = 0,06\,T + 0,25$, d'où

$$D = 1,112P - 0,31\,T - 1,3,$$

formule très voisine de celle de Crowther (VI). La différence entre les deux

(4) Crowther, *Proceed. of the Royal Soc.*, série B, 107, 1930, pp. 1-30.

constantes 1,3 et 0,77 étant petite puisqu'elle représente 0,53 de drainage mensuel.

D'autre part nous avons vu, d'après la formule (1), que, pour nos climats, $dD/dP \neq 1$ et que E varie relativement peu en fonction de P. Dans cette région des courbes $E \neq (1/2)\sqrt{1/\gamma}$ (1).

Or nous venons de voir que $\sqrt{1/\gamma}$ peut être remplacé par une relation linéaire, il vient donc $E = aT + b$, formule proposée par divers auteurs (Coutagne, *La Météorologie*, 1941, p. 67).

En conclusion les diverses formules proposées, bien que de formes différentes de la nôtre, viennent la confirmer puisqu'il est possible de les en déduire avec une bonne approximation.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Quotient d'oxydation réversible de l'acide ascorbique chez quelques Phanérogames aquatiques.* Note de M. **Pierre Lecat**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous avons vu ([1]) que, chez les Phanérogames terrestres, le quotient d'oxydation réversible de l'acide ascorbique, c'est-à-dire le rapport acide déhydroascorbique/acide ascorbique, était inférieur à 0,3 pour le limbe des feuille. arrivées à leur plein développement à l'époque de la floraison de la plante- Cette valeur change notablement chez les plantes aquatiques ou semis aquatiques, ainsi que le montrent les chiffres suivants, obtenus par la même méthode de dosage et se rapportant au limbe des feuilles adultes à l'époque indiquée pour chacune d'elles. Ces plantes ont été récoltées dans les jardins du Muséum d'Histoire naturelle, à Paris.

Famille et Plante.	Époque de la récolte.	Dose en mg pour 100g de feuilles fraîches.		Quotient.
		Ac. ascorb.	Ac. déhydr.	
Alismacées.				
Sagittaria sagittæfolia, feuille aérienne	Juin	103	56	0,54
Feuille aérienne	Septembre	100	60	0,60
Feuille aérienne immergée 8 jours	Juillet	48	26	0,55
Lemnacées.				
Lemna minor	Septembre	10	20	2
Hydrocharidées.				
Hydrocharis morsusranæ	Octobre	30	70	2,33
Elodea canadensis	Octobre	60	134	2,23
Nympheacées.				
Nymphea alba, feuille flottante	Septembre	35	150	4,30
Feuille immergée accidentellement à faible profondeur	Septembre	23	123	5,32
Nuphar lutea, feuille flottante	Septembre	40	164	4,10
Potamées.				
Potamogeton natans, feuille flottante	Juillet	11	212	19,3
Feuille immergée	Juillet	16	140	8,7

([1]) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 639.

Nous nous proposons d'étudier l'été prochain la valeur du quotient d'oxydation de l'acide ascorbique en fonction du polymorphisme des tissus et de l'âge des feuilles chez la Sagittaire et, d'autre part, en fonction du polymorphisme si accentué des formes chez les Potamées.

Des chiffres précédents nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

Le taux d'acide ascorbique chez les feuilles de plantes aquatiques ou semi-aquatiques semble moins variable que chez les plantes terrestres (7 espèces étudiées).

Le taux d'acide déhydroascorbique varie par contre dans de beaucoup plus larges proportions (de 26 à 212^{mg} pour 100^{g} de matière fraîche).

La Sagittaire semble occuper une place spéciale dans le chimisme de l'acide ascorbique chez les plantes semi-aquatiques, puisque ses quotients d'oxydation la rapprochent des Phanérogames terrestres. Au contraire, les autres plantes étudiées s'en distinguent nettement par un quotient d'oxydation égal ou supérieur à 2.

En résumé, le chimisme d'oxydoréduction des plantes aquatiques ou semi-aquatiques est en général très différent des phénomènes semblables chez les plantes terrestres, et l'équilibre entre les deux formes de l'acide ascorbique est ici en faveur de la forme réduite.

A 15^{h}40^{m} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^{h}.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 26 mars 1945.)

Note de M. *Marius Chadefaud*, Caractères cytologiques remarquables d'une Spirogyre :

Page 464, ligne 5 en remontant, *au lieu de* de simples *grana*, *lire* de simples *granula*.

(Séance du 20 août 1945.)

Note de Mlles *Yvette Cauchois* et *Iona Manesco*, Spectres L et niveaux caractéristiques de l'iridium :

Toutes les raies notées j sont des raies γ.

Page 232, ligne 8 du tableau I, *au lieu de* j_4, *lire* γ'_4.

» 232, » 3 du tableau II, *au lieu de* Siegbahn (1), *lire* Siegbahn (2).

» 232, » 2 du tableau III, *au lieu de* 988,9$_0$, *lire* 988,0$_6$.

» 232, dernière ligne du texte, *au lieu de* Siegbahn (3), *lire* Siegbahn (2).

Page 233, ligne 1, *au lieu de* Kaufman ([4]), *lire* Kaufman ([3]).
» 233, » 3, *au lieu de* Cu K$\alpha_{3,4}$ ([4]), *lire* Cu K$\alpha_{3,4}$ d'après Siegbahn ([2]).
» 233, » 7, *au lieu de* nos clichés; sa présence, *lire* nos clichés. Sa présence.
» 233, » 9, *au lieu de* la séparation l, *lire* la séparation ηl.
» 233, » 12, *au lieu de* E. Ingelstam ([5]), *lire* E. Ingelstam ([4]).
» 233, » 15, remplacer les j' par γ'_8.
» 233, » 26, *au lieu de* O, *lire* O_{II}.

(Séance du 10 septembre 1945.)

Note de M. *André Charrueau*, Sur des congruences de droites déduites d'une même surface :

Page 275, ligne 3, *au lieu de* parallèle au plan yOz, *lire* parallèle au plan yOz et passant par a; ligne 17, *au lieu de* Δ', *lire* Δ; ligne 24, remplacer l'y italique par un y ordinaire.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de novembre 1945.

Tables annuelles de Constantes et données numériques, 40. *Colloïdes*, par D. Dervichian. Paris, Hermann et Cie, 1945; 1 vol. 25cm.

Bibliographie araneorum. Analyse méthodique de toute la littérature aranéologique jusqu'en 1939. Tome I, par Pierre Bonnet, Toulouse, Les frères Douladoure, 1945; 1 vol. 25cm.

Les principes mathématiques de la Mécanique classique, par Marbel Brelot, Grenoble et Paris, Arthaud, 1945; 1 vol. 25cm,5.

Endocrinologie de la gestation, par Robert Courrier. Paris, Masson et Cie, 1945; 1 vol. 25cm.

Initiation aux mécaniques ondulatoires, par Charles Platrier, in *Actualités scientifiques et industrielles*, 984. Paris, Hermann et Cie, 1945; 1 vol. 25cm,5.

Exposition. Les Ailes de France, 1945, organisée par le Ministère de l'Air. Paris, Éditions Lajeunesse; 1 fasc. 21cm,5.

Congrès national de l'Aviation française du 3 *au* 9 *avril* 1945, organisé par le Ministère de l'air. Paris, Éditions Lajeunesse; 1 fasc. 21cm.

Congrès national annuel de l'Aviation française, organisé par le Ministère de l'Air. *Circulaire du* 25 *octobre* 1945. Paris, au Secrétariat général du Congrès; 1 fasc. 27cm.

On orthonormal systems, par P. Romanoff, in *Comptes rendus* (*Doklady*) *de l'Académie des Sciences de l'U. R. S. S.*, 1945. Vol. XLVI, no 6; 1 fasc. 25cm,5.